文章编号:1005-4014(2003)03-0206-05

棒材下料优化新算法及网格钢窗 CAD*

李 刚[1],韩 锋[2],欧宗瑛[1],王小东[1]
(1. 大连理工大学 CAD &CG 研究所,辽宁 大连 116023;
2. 长春轨道客车股份有限公司 工艺处,吉林 长春 130062)

关键词:下料优化;序列线性规划;启发式算法;网格设计

摘要:介绍了一种网格钢窗 CAD 软件,其中关键技术是棒材的下料优化。虽然,这是一个老课题,研究者提出过各种算法,但是,效果还不十分满意。针对这类问题的特点,本文提出启发式序列线性优化算法。此算法与目前常用的规整数线性规划或遗传算法相比较,有简化程序,计算速度快,节材效果好的优点。

中图分类号:TH122;TP39 文献标识码:A

Novel algorithm for optimization of one-dimensional cutting stock problem and steel window grid CAD

LI Gang[1], *HAN Feng*[2], *OU Zong-ying*[1], *WANG Xiao-dong*[1]
(1. CAD &CG Inst., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116023, China;
2. Office of Processing, Changchun Railway Vehicles Co., Ltd., Jilin 130062, China)

Key words: cutting stock optimization; sequential linear programming; heuristic algorithm; grid design

Abstract: This paper describes the development of the software for steel window grid CAD. The key point of which is cutting stock optimization. This is a long-standing problem of one-dimensional optimization, with a substantial body of paper published. Yet, most of the algorithms currently in use are not effective enough. Based on the best-first principle, a heuristic algorithm of sequential linear programming is proposed. Numerical examples demonstrate that it is advantageous in simplifying the program and elevating computation speed significantly, compared with the conventional methods of integer linear programming or genetic algorithm.

网格形式的产品在建筑、装潢、机械等领域的应用非常广泛。网格格子的设计要求布局均匀、美观合理、且构成网格的棒材下料利用率应尽量高,以降低成本和增强市场竞争力。在大批量生产中,棒材下料的优化更是降低生产成本的一个重要环节。因此我们根据网格产品设计的特点,开发了一套浴室网格钢窗 CAD 系统。

其中,关键技术是构成网格的棒材下料优化。棒材下料优化是优化设计中最早课题之一,经过世世代代研究者的努力,提出各种算法,还不能说已经获得了满意的解答。当前广为应用的是常规整数线性规划算法[1,2]或遗传算法[3,4]等。但这些算法仍然有计算量大、计算速度慢的缺点。因此,本文提出一种启发式多级序列线性优化的棒材下料优化新算法。

本文先介绍网格钢窗 CAD 系统的组成及其应用,然后阐述启发式多级序列线性优化算法,并通过算例与常用方法比较。结果表明在保证优化效果的同时,可以使计算速度显著提高。

1 网格钢窗 CAD 参数化模型

网格钢窗 CAD 采用参数化设计技术。参数化设计是指设计对象的拓扑结构相似,可以通过一组参数来约束尺寸关系,由参数(尺寸)驱动获得设计结果。通过参数驱动机制,可以对图形的几何数据进行参数化修改,但是在修改的同时,还要满足图形的约束条件,需要约束间关联性的驱动手段来约束联动。

* 收稿日期:2003-07-15
作者简介:李 刚(1978~),男,硕士研究生.

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

1.1　常见网格拓扑结构

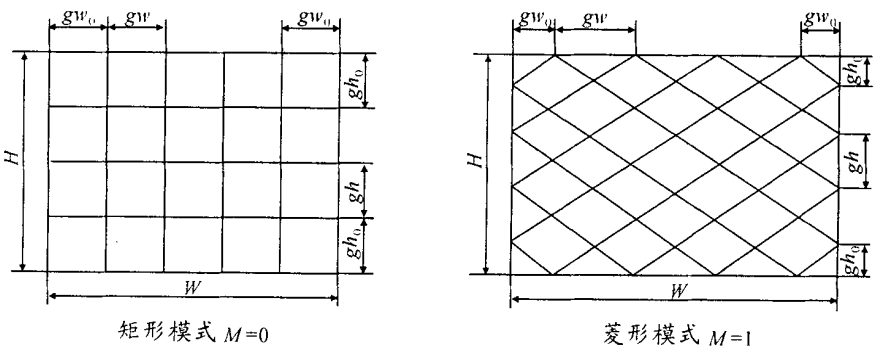


图 1　网格拓扑结构示意图

1.2　表征网格主要结构的特性参数

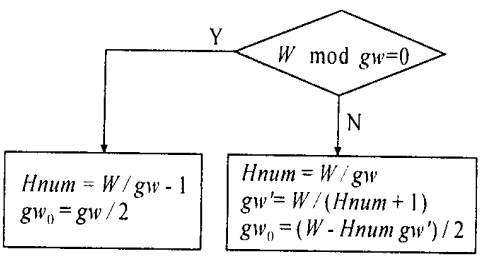
(1) 网格模式代码 M。常见网格拓扑结构模式为矩形和菱形,分别用代号 0 和 1 表示;(2) 网格的高度 H;(3) 网格的宽度 W;(4) 网格格子的水平间距 gw。当 gw 无穷大时,网格演变成单一垂直网格结构模式;(5) 网格格子的垂直间距 gh。当 gh 无穷大时,网格演变成单一水平网格结构模式;(6) 水平方向端间隔 gw_0;(7) 垂直方向端间隔 gh_0。

网格高度 H 和宽度 W 由设计任务给定,拓扑模式 M 和间距 gw, gh, gw_0, gh_0 由设计者选定。

1.3　端间隔 gw_0, gh_0 的确定

在矩形模式即 $M=0$ 时,端间隔 gw_0, gh_0 可近似取等于 gw 和 gh;在菱形模式即 $M=1$ 时,gw_0, gh_0 可近似取为 gw 和 gh 的一半。

以菱形模式水平方向为例,端间隔具体确定计算如图 2 所示。



mod 为求余计算;$Hnum$ 为网格格子间隔数量;gw 为格子修正间隔,当窗宽度 W 不是 gw 的整数倍时,需对端间隔做调整修正。

图 2　菱形网格端间隔计算框图

1.4　网格棒材长度和数量计算

在模式代码 $M=0$ 时,网格棒材的长度为两种,分别等于网格的长度和宽度;在模式代码 $M=1$ 时,网格棒材长度需根据网格结构布置几何关系计算得到。例:菱形网格宽度为 90 cm,高度为 60 cm,横向间隔和纵向间隔均为 10 cm 时,根据几何计算需要 7 种长度棒材,计算结果如表 1 所示。

表 1　菱形网格结算结果

棒材序号	1	2	3	4	5	6	7
长度/cm	84.80	77.70	63.60	49.40	35.30	21.20	7.00
数量	6	4	4	4	4	4	4

2　网格钢窗 CAD 系统组成

系统包含 5 个模块,即:人机界面模块,几何计算模块,结构设计模块,下料优化模块和打印输出模块(见图 3)。

(1) 人机界面模块接受用户输入设计参数,显示网格布局、下料棒材长度等设计中间结果。

(2) 几何计算模块根据设计者输入的设计参数 M, W, H, gw, gh 计算出各种下料棒材长度及每种棒材的数量。

(3) 结构设计模块负责完成网格结构设计,输出网格布局。

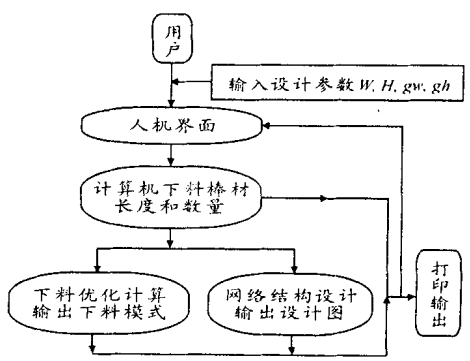


图 3　软件系统工作流程图

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd.　All rights reserved.

(4) 优化下料模块应用本文提出的棒材下料优化新算法,计算出下料配置模式。

(5) 打印输出模块负责预览和打印设计图纸和生产图纸,用于实际生产。本文考虑到软件成本和实用性,自主开发了一个打印输出模块,不需另外其它 CAD 软件支持,实现打印预览及控制打印输出。

3 钢窗网格设计过程和运行图例

设计者根据设计要求,输入钢窗网格设计数据,系统即进行几何计算,求得下料棒材长度、数量及网格结构,结果在屏幕上显示,如图 4 所示,图中窗口左侧上方为数据输入区,左侧下方列出待下料棒材长度及其需要量,窗口右侧显示网格结构及各种待下料棒材长度示意图。

图 4 钢窗网格数据输入及下料棒材长度计算

若对几何计算结果满意,可进行结构设计,预览及打印设计图纸。

然后进行棒材下料优化计算,如图 5 所示,图

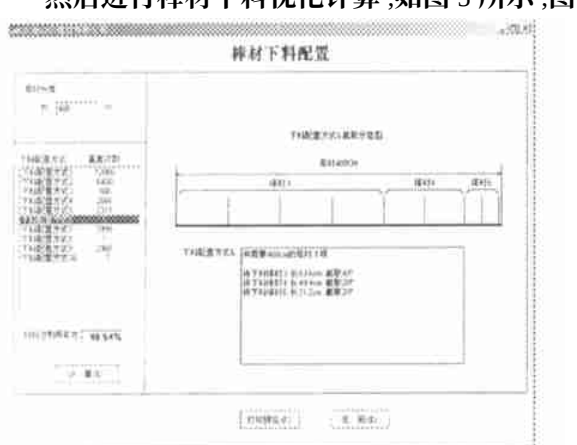


图 5 棒材下料配置输出

中窗口左侧上方输入母材长度,窗口左侧下方显示计算得到的棒材下料优化配置方式类型和每种类型的重复次数以及材料总利用率。设计者可根据原材料供应情况,选取不同长度的母材进行多方案对比。窗口右侧显示要查看的各种配置方式的棒材下料示意图,并可由此输出棒材下料配置生产图纸,指导下料切断操作。

4 棒材下料启发式序列线性优化新算法

棒材下料优化问题是一个 LP (Linear Programming) 问题[5,6],当前解决这类 LP 问题的方法主要是采用常规线性整数规划优化求解方法[1,2]。

4.1 常规线性整数规划优化求解方法及其存在问题

其基本思想是通过穷举法列出所有可能的下料方式,以所需原材料最少为优化目标,以每种下料方式的重复次数为优化变量,按整数线性规划原理求解。

4.1.1 计算模型

给定 m 种长度的待下料棒材 $l_1, l_2, \cdots, l_m$;所需的数量分别为 $b_1, b_2, \cdots, b_m$;母材长度为 L。

设有 n 种可能下料方式,每种下料方式的重复次数为 $x_j (j = 1,2,3, \cdots, n)$。在方式 j 中,第 i 件待下料棒材的重复次数为 a_{ij},从而建立数学模型:

目标函数: $\min \quad Z = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$

约束条件:
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \geq b_2 \\ \cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \geq b_m \\ x_1, x_2, \cdots, x_n \geq 0 \end{cases}$$

优化变量: $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 均为非负整数。

4.1.2 所有可能的下料方式的计算确定

在上述模型中,所有下料方式的确定是决策下料方案的前提,如果所取的下料方式选择了所有可能下料方式,则所求得的最优解就是严格全局最优解。经常采用的是应用搜索树 (search tree) 法[2]来求解所有可能的下料方式。

设初始方式:每种待下料棒材的下料数目分别为 $K_1, \cdots, K_i, \cdots, K_m$,则:

$$K_1 = L / l_1$$

$$K_i = (L - \sum_{r=1}^{i-1} K_r l_r) / l_i$$

对 K_i 各项逐次减 1,经循环赋值给 a_{ij} 即可得到全部的下料方式。

4.1.3 常规求解方法存在的问题

上述下料优化问题数学模型是一个整数线性规划问题,经典的求解这类问题的方法[1]是采用分枝定界法,但在实用中只适于处理求解变量数目较少的情况(下料方式 n 较少),当待下料棒材

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

种类 m 增大时,下料方式 n 按 $n!$ 规律增大,计算工作量也迅速增大,求解速度缓慢,难以在实用中应用。最近又出现了基于遗传算法的求解方法[3,4],但其求解速度仍然较慢。为此,本文提出了一种多级序列优化分次的新方法。

4.2　启发式多级序列线性优化方法

基本思想:为缓解待下料棒材种类增多及母材有多种长度种类引起的计算工作量迅速增大的矛盾,本文提出一种新的求解方法,不需穷举出所有可能的下料方式,而是将下料优化问题转化为多级序列线性优化问题求解。每级求解时,在当前可行的下料方式中选择其中最优的一种进行下料,并尽可能多地重复使用此种下料方式;然后再对剩余的待下料棒材又重新优化选取新的当前最优的下料方式,不断重复上面操作,直到所有剩余待下料棒材数目均减小至零为止。

4.2.1　当前最优下料方式计算模型

给定 n 种长度的待下料棒材 $l_1, l_2, \cdots, l_n$;每件待下料棒材所需的数量分别为 $D_1, D_2, \cdots, D_n$;母材长度为 L。

设在最优一种下料方式中,第 i 件待下料棒材的重复根数为 x_i。

由此建立数学模型:

目标函数: $\max \quad Z = \sum_{i=1}^{n} l_i x_i$

约束条件: $\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} l_i x_i \le L \\ x_i \le D_i \ (i = 1, 2, \cdots, n) \\ x_i \ge 0 \end{cases}$

优化变量: $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 均为非负整数。

这是一个整数线性规划问题[7],由于每次截取的不同长度待下料棒材种类有限,所以仍可用分枝定界法求解。

4.2.2　多级序列线性优化方法计算过程

将上述当前最优下料方式计算求解作为多级序列线性优化计算的子程序,在每级求解中重复调用。

完整的求解过程如下:

(1) 根据给定条件调用当前最优下料计算子程序求解得到优化值 $l_i A_i$ 组成的 $\sum_{i=1}^{n} l_i A_i$ 作为第一级下料方式。

(2) 计算此种下料方式的重复次数,即此种下料方式所需母材 L 的根数 P。

$$P = \min\left[\frac{D_1}{A_1}, \frac{D_2}{A_2}, \cdots, \frac{D_n}{A_n}\right]$$

(3) 计算去掉 P 根后,余下的每种待下料棒材的根数: $D_i = D_i - P \times A_i$

(4) 将 D_i 作为新一级优化计算的给定值,如果所有的 D_i 都已减小至零,则优化计算结束;否则转步骤(1),重新调用当前最优下料方式计算子程序,求得新一级的下料方式和重复次数。

(5) 各级最优下料方式及其重复次数的集合即为多级序列线性优化的最终结果。

算法流程图如图 4 所示。

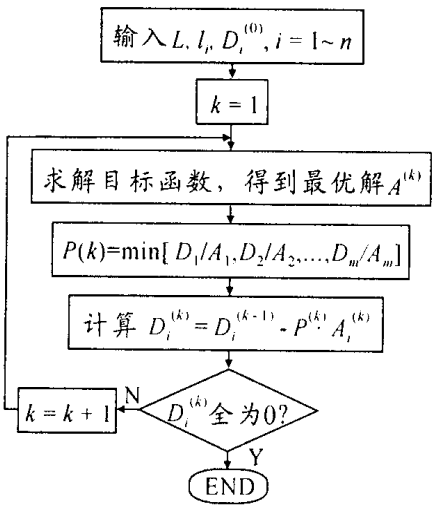


图 4　启发式序列线性优化算法流程图

4.3　新算法计算结果及对比

为验算新算法的有效性,本文进行了下述两组计算对比。

4.3.1　新算法与常规线性整数规划优化方法的比较

例 1:需下长 46.3 cm 的棒材 100 件,长 40.5 cm的棒材 200 件,长 32.4 cm 的棒材200 件,长 25.6 cm 的棒材 200 件,长 18.2 cm 的棒材 200 件。母材长为 4 m,求最优下料方案。

用前述常规线性整数规划优化方法求解,计算结果如表 2 所示。

表 2　常规线性整数规划优化方法求解算例 1 计算结果表

下料方式	棒材类型					下料根数
	1	2	3	4	5	
Pattern 1	5	1	0	5	0	10
Pattern 2	0	1	3	1	13	1
Pattern 3	3	1	4	0	5	12
Pattern 4	0	0	9	2	3	1
Pattern 5	0	6	0	4	3	27
Pattern 6	0	2	5	4	3	7
Pattern 7	3	1	6	1	0	1
Pattern 8	1	0	9	1	2	11

总计需要母材 70 条,材料的利用率99.89 %,计算利用时间 1 h 16 min。

用本文提出的启发式多级序列线性优化方法

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd.　All rights reserved.

求解,计算结果如表 3 所示。

表 3 启发式多级序列线性优化方法求解算例 1 计算结果表

下料方式	棒材类型					下料根数
	1	2	3	4	5	
Pattern 1	5	1	0	5	0	20
Pattern 2	0	1	4	4	7	25
Pattern 3	0	3	8	0	1	12
Pattern 4	0	7	3	0	1	1
Pattern 5	0	5	1	0	9	1
Pattern 6	0	9	0	0	1	3
Pattern 7	0	9	0	0	0	8
Pattern 8	0	8	0	0	0	1

总计需要母材 71 条,材料利用率为98.49 %,计算利用时间 17 s。

可见,与常规线性整数规划优化方法的方法相比,启发式多级序列线性优化方法能够大大节省计算时间和数据的存储空间,并且节材的效果相当。

4.3.2 新算法与基于遗传算法的求解方法的比较

以文献[4]中提到的例子为例。母材长度 3 m,需下长 2.2 m 的棒材 3 件,长 1.8 m 的棒材 3 件,长 1.2 m 的棒材 4 件,长0.5 m的棒材 6 件,长0.3 m的棒材 6 件。

用基于遗传算法的求解方法计算,文献[4]中的计算结果如表 4 所示。

表 4 基于遗传算法的求解方法求解文献算例计算结果表

下料方式	棒材类型					下料根数
	1	2	3	4	5	
Pattern 1	1	0	0	0	2	1
Pattern 2	0	1	1	0	0	2
Pattern 3	1	0	0	1	1	1
Pattern 4	0	0	2	0	2	1
Pattern 5	1	0	0	1	1	1
Pattern 6	0	1	0	2	0	1
Pattern 7	0	0	0	2	0	1

用本文提出的启发式多级序列线性优化方法求解,计算结果如表 5 所示。

表 5 启发式多级序列线性优化方法求解文献算例计算结果表

下料方式	棒材类型					下料根数
	1	2	3	4	5	
Pattern 1	0	1	0	0	4	1
Pattern 2	0	0	0	6	0	1
Pattern 3	0	1	1	0	0	2
Pattern 4	1	0	0	0	2	1
Pattern 5	0	0	2	0	0	1
Pattern 6	1	0	0	0	0	2

经对比可知,两种方法都需要原材料 8 根,材料的利用率相同,但采用启发式多级序列线性优化方法,计算只需 1 s。文献[4]中的例子较简单,当需要的零件数增加时,由于基于遗传算法的求解方法对同一问题需要多次运行,从多种下料方案中择优,算法的计算速度将比较缓慢,而采用本文提出的新算法,不但能保证相同的材料的利用率,而且计算速度有显著地提高。

本文另对 100 组实际下料数据进行了实验,计算速度和下料优化效果理想,材料利用率均达到 93 %以上。

5 结 论

网格钢窗设计可按其拓扑形式建立参数化模型,采用参数化 CAD 方法进行设计。本文提出的启发式多级序列线性优化新算法,将一维棒材下料问题分解为多级序列线性优化问题,大大简化了求解问题的规模和复杂度,优化效果明显。

参考文献:

[1] SULIMAN M A. Pattern generating procedure for the cutting stock problem[J]. Int J Production Economics, 2001,74:293 - 301.

[2] 刘勇彪. 等截面长条类材料下料方案的最优化设计[J]. 机械设计与制造,1994,(5):12 - 13.

[3] VALERIO de CARVALHO J M. Exact solution of cutting stock problems using column generation and branch - and - Bound[J]. International Transactions in Operational Research, 1998,5(1):35 - 44.

[4] 贾志新,殷国富,胡晓兵,等. 一维下料方案的遗传算法优化[J]. 西安交通大学学报,2002,36(9):967 - 970.

[5] GILMORE P C, GOMORY R E. A linear programming approach to the cutting stock problem[J]. Operations Research,1961,9:849 - 859.

[6] GILMORE P C, GOMORY R E. A linear programming approach to the cutting stock problem, Part II [J]. Operations Research, 1963,11:863 - 888.

[7] VALERIO de CARVALHO J M, GUIMARAES RODRIGUES A J. An LP - based approach to a two - stage cutting stock problem[J]. European Journal of Operational Research, 1995,84:580 - 589.

© 1995-2005 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.