

文章编号: 1004-051X(2002)01-0010-04

城市快速路交通流建模及非线性最优控制

唐 辉, 刘小明, 陈春妹

(北京工业大学交通工程研究所, 北京 100022)

摘 要: 分析了城市快速路的运行特点, 以通道控制的基本思路, 提出快速路主路和辅路协调控制的方法。根据快速路交通流特性, 建立主路和辅路路段的动态模型, 进口和交叉口排队模型, 根据不同的优化性能指标, 确立了相应的优化策略和求解算法, 为进一步开发实时控制算法打下基础。

关键词: 城市快速路; 动态交通流模型; 协调控制; 优化策略

中图分类号: U412.37 **文献标识码:** B

Modeling Traffic Flow Evolution on Urban expressway and Nonlinear Optimal Control

TANG hui, LIU Xiao-ming, Chen Chun-mei

(Traffic Engineering Research Center, Beijing Polytechnic University, 100022)

Abstract: In this paper, the author analyzes the operation characteristics of urban expressway, presents the method of expressway and frontage coordinated control by the idea of freeway corridor control. According to traffic behaviors, the expressway dynamic traffic flow model and frontage traffic model, entry queue model and intersection queue model are used to describe traffic dynamics. By several different optimal performances criterion, corresponding optimization strategies and solution algorithm are determined to be the foundation of the further work to develop real time control algorithms.

Key words: urban expressway, dynamic traffic flow model, coordinated control, optimization strategy

1 引言

目前国内一些大城市已具有相当规模的城市快速路系统, 如何使快速路发挥高效、安全的交通服务功

能, 是交通领域中重要的研究课题。城市快速路主要提供中大量、长距离, 快速交通服务功能。但是由于交通量很大, 很多城市快速路的交通拥堵问题已日趋严重, 除了有道路设计问题的原因, 很大程度上也与没有相应的有效管理控制措施有关。现在已经有不少关于快速路的控制方法研究的文章, 也提出了一些很好的思路。但综合来看, 还存在相当多的问题。例如研究方法基本延续国外研究思路, 没有详细考虑国外和国内城市路网结构和道路形式不尽相同所造成的影响。对快速路的交通流特性分析不足, 基本上是根据快速路主线交通流与高速公路上的交通流特性接近, 控制方法也延续高速公路控制的思路。另一方面, 控制策略和算法研究中, 由于交通流建模的高度非线性和不确定性, 使得过于简化和线性化模型控制效果不佳。本文力图在国内外研究基础上, 更多考虑国内城

收稿日期: 2002-03-15

基金项目: 北京市 ITS 系统规划与实施方案研究(HD10610580112)

作者简介: 唐 辉(1965-), 女, 辽宁沈阳人, 副教授, 博士研究生, 从事交通控制、智能运输系统方面的研究; 刘小明(1964-), 男, 江苏扬中人, 教授, 博士生导师, 国家自然科学基金项目负责人。中国交通工程学会常务理事兼副秘书长、中国公路学会理事、美国运输研究委员会中国大学代表。从事城市道路规划设计、道路交通安全、交通管理与控制、智能运输系统、交通影响与分析等方面的研究; 陈春妹(1973-), 女, 黑龙江哈尔滨市人, 博士研究生, 从事城市道路的规划设计、路网容量等方面的研究。

市道路特点, 详细分析快速路交通流特性, 建立快速路的动态交通流模型, 提出有效、实用的控制方法, 以求一定程度上解决快速路交通拥堵问题。

2 控制方法简介

城市快速路控制方法和高速公路控制方法的原理基本相同, 控制方法基本上包括匝道控制、主线控制和通道控制。

2.1 匝道控制

一般是指入口匝道控制, 目的是为了保证快速路运行状态最佳, 在快速路交通需求大于快速路通行能力时, 控制进入快速路的交通量, 主要有匝道调节和匝道关闭两种方式。匝道调节的原理, 按时间方式分为定时调节和动态调节, 按空间方式分为单一匝道的局部调节, 多个匝道的协调控制, 网络联动控制等。定时调节是基于一天内不同时段内历史交通需求变化不大, 在不同时段内按预先设定的固定调节率进行匝道调节, 没有利用实时检测的交通信息。动态调节考虑了偶发事件引起交通需求变化, 或者短时间交通需求有较大波动时, 利用实时检测信息, 根据交通需求变化随时调整调节率的动态调节。

2.2 主线控制

主线控制目的是对快速道路主线上的交通进行调节、诱导和警告。主要方法有可变限速控制、车道控制、驾驶员信息系统。在交通需求接近通行能力时, 交通流密度、车速不均匀时, 稍有扰动就会导致交通流不稳定, 引起交通拥堵, 使用可变限速控制可使主线交通流保持均匀和稳定, 改善交通流运行状态。车道控制是通过对车辆在使用车道的时间和空间的限制对交通流进行控制; 驾驶员信息系统是通过可变信息情报板、路侧无线传输装置, 车载设备为驾驶员提供实时交通信息进行警告和路线诱导, 使其选择合理的运行状态, 保证交通畅通。

2.3 通道控制

通道控制是一种区域性的集成控制策略, 以多层分级控制的方式实施, 高层主要功能是制定和调整全区域的控制战略, 协调各子区域的控制, 各中间层负责各子区域内的短期控制策略, 低层实施局部的实时控制。快速路通道由一条快速路、辅路、互通立交、平行主干道, 连接快速路和主干道的交叉道路组成。控制方法综合了快速路的匝道控制、主线控制和城市道路的信号控制等多种控制措施。在实施时根据具体情况可以有选择性的进行各种控制方法的集成, 集成的目标是保证通道系统整体性能最优, 即各种控制策略应相互协调, 其应用效果不会相互抵触, 以减少整

个系统的拥堵。例如集成控制策略可以考虑匝道控制、信号控制的集成, 同时为由此两种控制引起的分流交通提供路线诱导。

3 快速路主路和辅路协调控制方法研究

对于快速路通道, 首先需要考虑保证快速路运行状态的优化, 进行入口匝道控制, 但因此在匝道处引起的超长排队会干扰相邻或相交的城市干道交通, 而且受控匝道处的延误时间可能会超出驾驶员能接受的程度, 这样当匝道控制有利于快速路运行状况时, 可能会不利于整个通道的运行状况; 而相邻城市道路的交通拥堵也会导致出口匝道处的车流堵塞至快速路主线, 从而影响主线交通, 所以应该将快速路匝道控制与相邻道路的信号控制协调考虑, 改善通道的整体性能。

城市快速路一般包含主路和辅路, 进出口和立交, 短距离内有较多的进出口和立交出入口匝道、交织区较多。快速路的交通流运行特征是主路上具有快速、连续的交通流, 而辅路由于受信号控制的交叉口的影响, 为典型的间断流, 规律性的出现排队和消散现象。需要使用快速路的车辆通过辅路上的进口和城市干道与快速路相交处互通式立交的入口匝道进入主路。需要离开主路的车辆通过辅路上的出口和立交出口匝道进入辅路或相交干道。其中连接主路和辅路的进出口处、立交的出口匝道处分、合流现象频繁, 会出现排队, 影响主路和辅路的交通。一般情况下, 如果OD不变, 主路运行状态不佳时, 可能会引起一部分交通分流到辅路, 而在辅路拥堵时, 车辆会转向主路。通过以上分析可以看出, 应用通道控制方法, 进行城市快速路主路进口和立交入口匝道控制与辅路交叉口信号协调控制, 有可能在时间和空间上都起着交通再分配的效果, 从而对主路和辅路的运行状态实现整体优化。

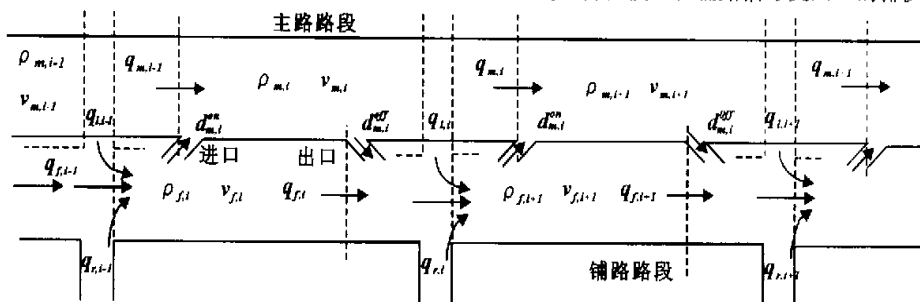
目前国内快速路控制系统实际应用的实例还很少, 理论研究基础也比较薄弱。本文根据国内快速路的具体形式, 以通道控制的思路, 分析快速路主路和辅路的交通流特性, 建立动态交通流模型, 将快速路主路的匝道调节与辅路交叉口信号控制结合, 提出快速路主路和辅路的协调控制方法。

4 主路和辅路的动态交通流模型

本文的研究对象由一条单向的快速路和辅路构成, 包括若干个进出口、互通立交的入口出口匝道和信号交叉口(见图示)。为便于分析, 将主路和辅路分别分为若干单元, 每个单元物理特性基本一致。描

述系统的模型包括主路路段、辅路路段的宏观动态模

型、进口排队模型,辅路信号交叉口的排队模型。



快速路主路和辅路单元图

4.1 主路路段动态模型

每个单元的主路路段包含一个进口、一个出口。因为 Papageorgiou 的离散宏观流体模型能够以较好的精度描述路段的交通流动态特性,所以主路路段的动态模型可以描述为:

$$\rho_{m,i}(k+1) = \rho_{m,i}(k)$$

$$+ \frac{T}{\Delta x_{m,i} \Lambda_{m,i}} [q(k)_{m,i-1} - q_{m,i}(k) + r_i(k) d_{m,i}^{on}(k) + r_i(k) w_{m,i}(k) / T - d_{m,i}^{off}(k)] \quad (1m)$$

$$q_{m,i}(k) = \rho_{m,i}(k) v_{m,i}(k) \Lambda_{m,i} \quad (2m)$$

$$v_{m,i}(k+1) = v_{m,i}(k) + \frac{T}{\tau_m} [V(\rho_{m,i}(k)) - v_{m,i}(k)] + \frac{T}{\Delta x_{m,i}} v_{m,i}(k) [v_{m,i-1}(k) - v_{m,i}(k)] - \frac{v_m T}{\tau_m \Delta x_{m,i}} \frac{\rho_{m,i+1}(k) - \rho_{m,i}(k)}{\rho_{m,i}(k) + \kappa_m} \quad (3m)$$

$$V[\rho_{m,i}(k)] = v_{f,m} \exp \left[-\frac{1}{a_m} \left(\frac{\rho_{m,i}(k)}{\rho_{cr,m}} \right)^{a_m} \right] \quad (4m)$$

$q_{m,i}(k)$ 、 $\rho_{m,i}(k)$ 、 $v_{m,i}(k)$ ——单元 i 主路路段在时刻 k 的流量、密度、速度

$v_{f,m}$ 、 $\rho_{cr,m}$ ——主路路段自由流速度和单车道临界密度

τ_m 、 v_m 、 κ_m 、 $\Lambda_{m,i}$ ——分别为主路动态模型的时间常数、期望常数、修正系数、主路单元的车道数。

4.2 辅路路段动态模型

辅路以信号交叉口的停车线为界,划分为若干个单元;每个单元被分为两部分,由于出口到交叉口这一段距离较短,以车辆在停车线前排队状态为主,可以不考虑行驶时间,因此可以利用信号交叉口的排队模型描述这一段的动态特性。而前一交叉口到出口这一段也可以利用 Papageorgiou 模型描述动态特性,但由于和主路的连续流不同,辅路上是典型的间断流,密度较大,车速较低,密度和速度之间的关

系采用静态关系应该比较符合实际状态。

进口左边路段的进入流量是交叉口各相位绿灯时间内左、直、右各方向流量之和。相交道路左右转向进入这一辅路路段的流量分别为 $q_{l,i-1}(k)$ 和 $q_{r,i-1}(k)$,直行方向为前一交叉口流出流量 $(1 - t_{i-1,l} - t_{i-1,r}) S_{i-1} G_{i-1}(k) / c_{i-1}$, $t_{i-1,l}$ 、 $t_{i-1,r}$,分别为辅路转向相交道路的左、右转向比例。

因此出口左边辅路路段的动态模型为:

$$\rho_{f,i}(k+1) = \rho_{f,i}(k)$$

$$+ \frac{T}{\Delta x_{f,i} \Lambda_{f,i}} [(1 - t_{i-1,l} - t_{i-1,r}) S_{i-1} G_{i-1}(k) / c_{i-1} + q_{l,i-1}(k) + q_{r,i-1}(k) - q_{f,i}(k) + d_{m,i}^{on}(k)] \quad (1f)$$

$$q_{f,i}(k) = \rho_{f,i}(k) v_{f,i}(k) \Lambda_{f,i} \quad (2f)$$

$$v_{f,i}(k) = v_{f,f} \exp \left[-\frac{1}{a_f} \left(\frac{\rho_{f,i}(k)}{\rho_{cr,f}} \right)^{a_f} \right] \quad (3f)$$

$q_{f,i}(k)$ 、 $\rho_{f,i}(k)$ 、 $v_{f,i}(k)$ ——单元 i 辅路路段在时刻 k 的流量、密度、速度

$v_{f,f}$ 、 $\rho_{cr,f}$ 、 $\Lambda_{f,i}$ ——主路路段自由流速度、单车道临界密度和车道数

4.3 进口和交叉口排队模型

每个主路单元包含一个进口、一个出口,出口将主路路段分为左右两部分。在时刻 k 期间从进口进入主路的交通需求为 $d_{m,i}^{on}(k)$,进口调节时放行部分车辆进入主路,剩下的车辆在进口处形成排队,其排队模型为:

$$w_{m,i}(k+1) = (1 - r_i(k)) w_{m,i}(k) + T(1 - r_i(k)) d_{m,i}^{on}(k) \quad (5)$$

$w_{m,i}(k)$ 、 $r_i(k)$,为时刻 k 开始时排队长度和时刻 k 的进口调节率($0 \leq r_i(k) \leq 1$)。

对于辅路交叉口,假设交叉口信号相位和周期是固定的(不进行实时优化),饱和流率已知;为避免交叉口排队延伸至主路出口而堵塞出口,有排队约束 $0 \leq w_{f,i} \leq w_{f,max}$,可以假设信号绿灯时交通口车流以饱

和流率离开该路段,否则等于0。如果选择的采样周期 T 小于信号周期 c ,该路段有效绿灯时间为 $G_i(k)$,这样该路段流出流率的平均值为 $S_i G_i(k)/c_i$,该辅路路段通过交叉口的交通需求为 $q_{f,i}(k) + d_{m,i}^{off}(k)$,辅路排队长度模型即为:

$$W_{f,i}(k+1) = w_{f,i}(k) + T[q_{f,i}(k) + d_{m,i}^{off}(k) - S_i G_i(k)/c_i] \quad (6)$$

$w_{f,i}(k)$ 为时刻 k 开始时辅路交叉口排队长度; c_i, S_i 分别为信号周期和饱和流率。

5 非线性最优控制问题描述

5.1 性能指标

快速路控制问题通常可以用行程时间,延误等作为优化性能指标,在此将主路和辅路交通的行程时间和进口及交叉口排队的等待时间总和,即总花费时间作为优化问题的性能指标。

主路和辅路行程时间: $TTT = \sum_k \sum_i T[\rho_{m,i}(k) \Delta x_{m,i} \Lambda_{m,i} + \rho_{f,i}(k) \Delta x_{f,i} \Lambda_{f,i}]$

进口和交叉口排队等待时间: $TTW = \sum_k \sum_i T[w_{m,i}(k) + w_{f,i}(k)]$

5.2 系统变量

状态向量: $x^T = [x_1^T, x_2^T, \Lambda, x_N^T]$, 其中 $x_i^T = [\rho_{m,i}(k), \rho_{f,i}(k), w_{m,i}(k), w_{f,i}(k)]$;

输出向量: $y^T = [y_1^T, y_2^T, \Lambda, y_N^T]$

其中 $y_i^T = [q_{m,i}(k), v_{m,i}(k), q_{f,i}(k), v_{f,i}(k)]$ (检测器能检测到流量和速度);

控制向量: $u^T = [u_1^T, u_2^T, \Lambda, u_N^T]$; 其中 $u_i^T = [r_i(k), G_i(k)]$

扰动向量: $d^T = [d_1^T, d_2^T, \Lambda, d_N^T]$, 其中 $d_i^T = [q_{l,i}(k), q_{r,i}(k) d_{m,i}^{on}(k), d_{m,i}^{off}(k)]$;

5.3 非线性最优控制描述

在多数情况下,希望保证快速路主路的运行状态良好,而牺牲一部分辅路的运行性能,此时可以在性能指标中对有关辅路的几项指标加上权重系数:

目标函数: $(a_1 < 1, a_2 < 1)$

$$\min TTS = \sum_k \sum_i T[\rho_{m,i}(k) \Delta x_{m,i} \Lambda_{m,i} + a_1 \rho_{f,i}(k) \Delta x_{f,i} \Lambda_{f,i} + w_{m,i}(k) + a_2 w_{f,i}(k)]$$

表示为状态向量的函数: $\min TTS = \sum_{k=0}^{k-1} \varphi[x(k), u(k), d(k)]$

约束为

状态方程:由模型(1m)~(4m)、(1f)~(3f)、(5)和(6)组成

表示为: $x(k+1) = f[x(k), u(k), d(k)]$, 有 $r(0) = x_0$

控制约束为 $0 \leq r_i(k) \leq r_{i,\max}, G_{i,\min} \leq r_i(k) \leq G_{i,\max}$, 表示为 $u_{\min} \leq u(k) \leq u_{\max}$;

5.4 优化求解

在状态方程约束下,目标函数关于 $u(k)$ 的梯度为:

$$g(k) = \sum_{k=0}^{k-1} \left\{ \frac{\partial \varphi[x(k), u(k), d(k)]}{\partial u(k)} + \frac{\partial f[x(k), u(k), d(k)]^T}{\partial u(k)} \lambda(k+1) \right\}$$

协态向量 $\lambda(k)$ 满足:

$$\lambda(k) = \frac{\partial \varphi[x(k), u(k), d(k)]}{\partial x(k)} + \frac{\partial f[x(k), u(k), d(k)]^T}{\partial x(k)} \lambda(k+1), k=0, \Delta, K-1$$

6 结束语

本文旨在提出主路和辅路协调优化控制的方法,并建立了主路和辅路交通动态模型,和协调优化控制策略的数学描述。由前面的分析可以看出,主路和辅路协调控制问题是有约束的非线性最优控制问题。利用求解有控制约束的非线性优化算法即可求解本文中的快速路交通控制问题。

参考文献:

- [1] Papageorgiou M. Modeling and real-time control of traffic flow on the southern on the Boulevard Peripherique in Paris [J]. *Transportation Research*, vol 24 (A) No.5, 1990.
- [2] H. M. Zhang, W. W. Recker. On optional freeway ramp control policies for congested traffic corridors [J]. *Transportation Research*, vol 33B, 1999.
- [3] Papageorgiou M., Blosseville J.M. and Hadj-Salem H., Macroscopic modeling of traffic flow on the Boulevard Peripherique in Paris [J]. *Transportation Research*, vol 24B, 1989.
- [4] Papageorgiou M. An integrated control approach for traffic corridors [J]. *Transportation Research*, vol 33C, No.1, 1995.
- [5] 吴受章. 应用最优控制 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1986.