

# 第一章 绪 论

自然界发生的强烈地震给人类造成极大的危害。1976年，唐山地震给我国人民带来了空前的灾难，据统计，死亡人数达24万余人，灾情之重、损失之巨，为世界地震史上所罕见。其中，数以千计的桥梁遭受了不同程度的破坏。顷刻之间，交通中断、音讯隔绝，给震后的紧急救援工作造成了极大困难。

人类不断地与地震灾害作斗争。我们的祖先曾经给我们留下了3000年的历史地震记录，这在世界上是绝无仅有的。尽管如此，地震工程学今天仍是一门年轻的科学，在工程设计中把地震力作为一种设计荷载，还是近几十年的事。

随着人们对地震和工程结构抗震性能认识的深化，工程结构的抗震设计理论在这几十年中经历了由静力理论到动力理论的发展过程。

## 一、静 力 理 论

结构地震力计算的静力理论是以结构物的刚性假定为基础的。在地震引起地表作水平加速度运动时，结构所受最大地震力可简化为作用于结构的水平静力 $P$ ，其大小可表示为

$$P = K_H W \quad (1.1)$$

式中 $K_H$ ——水平地震系数， $K_H = A_{\max}/g$ ，其中 $A_{\max}$ 为地震动的最大水平加速度， $g$ 为重力加速度；

$W$ ——结构重量。

水平地震系数 $K_H$ 在日本的文献中称为震度，常取 $K_H = 0.1$ 。远在20年代，日本工程师就已按震度法来计算建筑物所受地震

力。

$K_n$ 数值的确定主要根据震害经验推算得出。根据历史地震的经验,人们把自己的国土划分为若干区,各区分别给出不同的震度。这个方法在一些国家陆续采用,并设计了一些建筑物。其中有些建筑后来经受了地震检验,由此得出一个共同的结论:凡是在设计中考虑了地震力作用的建筑物,其震害都明显比周围未考虑抗震设防的建筑物要轻微得多。这就肯定了地震力静力理论的有效性。

由于静力理论的力学概念明确,计算简便,几十年来一直受到重视,现行抗震设计规范中某些大体积的或重力式的建筑物(例如桥台)仍然采用以静力理论或拟静力理论为基础的地震力计算公式。

但是,静力理论从创立时候起就存在明显的缺陷。因为结构物都是可变形的,所以在地震时结构物各个高程的反应加速度不会与其基础(与地基联结在一起)的反应加速度相同。这就很自然地引出了地震力的动力理论。

## 二、动力理论

30—40年代,美国发生了两件具有重大意义的事件:一是30年代初美国开始布设强震观测台,从1933年起陆续获得了一批有实际意义的地震动加速度过程的记录,特别是1940年的埃尔森特罗地震记录(震级 $M=6.3$ ,震中距 $\Delta=9.3\text{km}$ ,地震烈度Ⅷ,最大水平加速度 $A_{\max}=0.34g$ ,持续时间 $T_d=20\text{s}$ )具有强烈地震动的典型特点,至今仍被人们经常引用(详见第二章);二是在这些强震记录的基础上,Biot在40年代初提出了地震力反应谱理论的概念,并给出了具体的计算公式。到50年代初,Housner利用美国的这些强震记录,把Biot的理论付诸实现,作出了可供工程设计采用的反应谱曲线(详见第二章),并在实际工程设计中加以应用。这

个成就具有划时代的性质，标志着地震力理论进入了动力理论的阶段。从此，反应谱理论获得国际公认并迅速传播开来。我国1964年制订的《地震区建筑设计规范》(草案)引入了反应谱理论，成为在抗震设计规范中采用反应谱理论较早的国家之一。

反应谱理论虽然考虑了结构的动力特性和场地条件的影响，但在一些方面还存在着缺陷。为了弥补这些缺陷，下列各项研究工作正在进行之中：由于反应谱理论以结构的弹性假定为基础，为了研究结构的非线性地震反应，提出了弹塑性反应谱的概念；近年来随机振动理论的发展为结构抗震设计的概率理论奠定了基础；地震危险性分析方法的发展为更合理地选择设计地震动输入，进行结构地震反应的时程分析提供了依据，等等。总之，地震力动力理论正处在蓬勃发展之中。

至于桥梁的抗震设计，作者认为，在吸收地震力理论的最新成就的基础上，必须考虑桥梁结构的特殊性。对于量大面广的一般桥梁，要反映桥梁结构主要的动力特性，满足合理的精度要求，力学概念清楚，计算力求简便，最终的计算结果要接受实际桥梁震害经验的检验，得到实践的印证；对于为数极少，又特别重要的特大桥，抗震设计则要精益求精，应对抗震设计的各个环节进行专门研究，力求严谨合理。总之，通过抗震设计，桥梁的抗震强度应有明显提高，使设计地震发生时能避免或减轻地震灾害，保证作为生命线工程的交通运输线能够通行无阻或迅速恢复。

桥梁是一种跨越建筑，它的上部结构通常很重，具有头重脚轻的特点。这个特点被充分利用来简化梁式桥和拱桥地震力的计算工作。

为了满足简支梁桥和连续梁桥伸缩变形的需要，这些桥梁都设置了活动支座。这些活动支座在车辆过桥或温度变化时都是可动的。地震时，这些活动支座产生的摩擦阻尼的耗能作用是桥梁结构特有的问题。这个问题在本书第二章专门论述。

由于地震动的不确定性和桥梁结构的复杂性，任何理论的可靠性都是相对的，所以应当认识在构造上采取抗震措施的重要性。作者在地震现场看到，有些简单易行、花钱很少的构造措施能获得意外的抗震效果，那是理论计算所不及的。所以，在桥梁抗震设计中，合理的抗震计算和有效的抗震措施是不可或缺的两部分，是同等重要的。

随着工程抗震设计理论的发展，我国的桥梁抗震设计规范，从1959年起几经修订。铁路桥梁抗震设计遵循1987年批准的《铁路工程抗震设计规范(GBJ111-87)》(以下简称《铁路规范》)；公路桥梁抗震设计则遵循1990年批准的《公路工程抗震设计规范(JTJ004-89)》(以下简称《公路规范》)。这两部规范均吸取了国内外新的科研成果和实际震害经验，地震力计算亦均以反应谱理论为基础。

本书结合《公路规范》，深入浅出地阐述地震力反应谱理论的基本原理，对规范中新纳入的关于桥梁地震力的内容，诸如设计反应谱、场地分类、梁式桥、拱桥、橡胶支座、地基变形以及地震水压力和地震土压力等所采用的计算公式，简明扼要地阐明其理论根据，介绍各设计参数取值的背景材料，并附有典型计算实例31则，对于桥梁抗震设计和科研人员掌握设计原理、正确使用计算公式可收到逐类旁通的效果。

## 第二章 结构地震反应分析 的一般理论

地震时,桥梁结构的破坏虽然可由多种地震效应(诸如地基液化引起桥梁基础下沉、岸坡失稳引起桥台向河心滑坡等)所造成,但地震地面运动作用于桥梁结构的基底引起的结构反应仍是桥梁所受地震作用的主要的荷载机制。所以,《公路规范》和《铁路规范》仍以此种荷载机制,即所谓地震力,作为结构强度与稳定校核的主要依据。而上述其余的地震效应,则通过其他验算或采取抗震构造措施来加以避免。本章扼要介绍作为现行抗震设计规范依据的结构地震反应分析的一般理论和方法,其目的是预测一座已知的桥梁在一个确定的地震地面运动作用下将要产生的内力和变位。

由于结构的地震反应不仅取决于地震地面运动的大小和时间过程,而且还取决于结构自身的动力特性,所以,要比较正确地预测某一结构的地震反应,首先要研究桥址的地震危险性,评估桥址的地震烈度,或根据已颁布的全国地震区划图选择适当的地震输入;其次是要确定这个结构的动力特性参数。由于假定结构是线弹性的,所以在计算地震力时可不考虑其他静载的作用,然后采用叠加原理将静载引起的结构内力或位移与地震力引起的内力或位移相叠加,得出结构总的内力或位移。

### 一、地震条件下单自由度系统的动力方程

设有一简支梁桥(图2.1),上部结构质量为  $M$  (与上部结构的质量相比,设桥墩的质量很小,可忽略),桥墩的总抗弯刚度为  $K$ ,

表示结构阻尼特性的阻尼器的阻尼系数为 $c$ 。质点 $M$ 只能作水平方

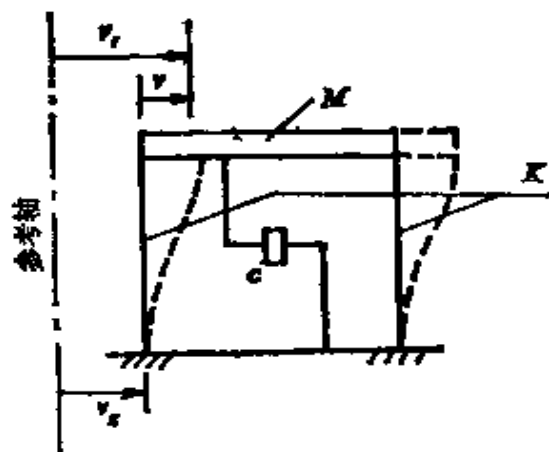


图2.1 单自由度系统

向的运动，其相对于基底的位移为 $v$ 。设地震地面运动为一时变函数 $v_g = v_g(t)$ ，作用于基底，运动着的桥梁体系受到惯性力 $F_I$ 、阻尼力 $F_D$ （设 $F_D$ 与质点的运动速度成正比）和弹性力 $F_s$ 的作用，动力平衡方程为

$$F_I + F_D + F_s = 0 \quad (2.1)$$

式(2.1)中惯性力 $F_I$ 与质点 $M$ 总的运动加速度有关，而总加速度等于相对加速度 $\ddot{u}$ 和地震地面加速度 $\ddot{v}_g$ 之和，故有

$$\left. \begin{aligned} F_I &= M\ddot{u}_t = M\ddot{u} + M\ddot{v}_g \\ F_D &= c\dot{u} \\ F_s &= Kv \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

代入式(2.1)，得

$$M\ddot{u} + M\ddot{v}_g + c\dot{u} + Kv = 0$$

$$\text{或改写为} \quad M\ddot{u} + c\dot{u} + Kv = P_{\text{eff}}(t) \quad (2.3)$$

式中 $P_{\text{eff}}(t)$ ——由地震地面运动引起的等效荷载，简称等效地震荷载，

$$P_{\text{eff}}(t) = -M\ddot{v}_g \quad (2.4)$$

由于地震地面运动的特点，式(2.4)右方的负号没有重要意义。以 $M$ 除式(2.3)各项，得

$$\ddot{u} + 2\mu\omega\dot{u} + \omega^2 u = P_{\text{eff}}(t)/M \quad (2.5)$$

式中 $\mu$ ——阻尼比，即结构的阻尼系数与临界阻尼之比，

$$\mu = c/(2M\omega) \quad (2.6)$$

$\omega$ ——图2.1所示结构系统的自振圆频率，

$$\omega = \sqrt{K/M} \quad (2.7)$$

式(2.5)即为地震条件下单自由度系统，例如图2.1所示桥梁体系的动力平衡方程。

在已知地震地面运动  $\ddot{u}_g(t)$  的条件下求解方程式(2.5)，得出位移的时间过程  $v(t)$  或  $v_g(t)$ ，则结构在地震条件下的动力反应即可完全确定。

## 二、地震条件下多自由度系统的动力方程

一座桥墩在架梁前可表示为伸臂柱结构，这是一个无限自由度系统。也可将桥墩的全部质量集中在适当的分散点上而作为一个多自由度系统来分析。

桥墩如图2.2，柱每单位长度质量为  $m(x)$ ，抗弯刚度为  $EI(x)$ 。设位移  $v(x, t)$  用振型函数  $\psi(x)$  表示为

$$v(x, t) = \sum_j \psi_j(x) Y_j(t) \quad (2.8)$$

式中  $Y(t)$  ——广义坐标，是时间  $t$  的函数；

$j$  ——振型序号。

多自由度系统的动力平衡方程为

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{V}\} + [c]\{\dot{V}\} + [K]\{V\} \\ = \{P_{eff}(t)\} = [M]\{I\}\ddot{u}_g(t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

式中  $[M]$  ——质量矩阵；

$\{\ddot{V}\}, \{\dot{V}\}, \{V\}$  ——加速度、速度和位移矢量；

$[c]$  ——阻尼矩阵；

$[K]$  ——刚度矩阵；

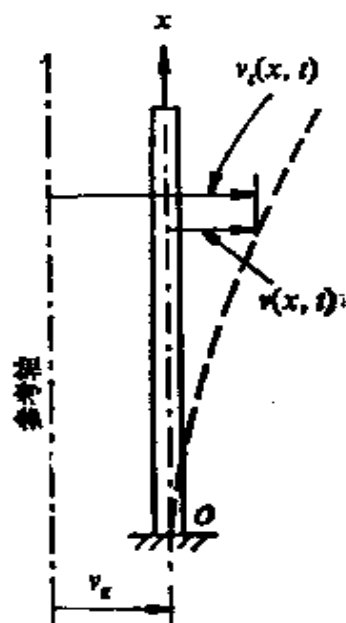


图2.2 伸臂柱系统

$\{P_{eff}(t)\}$ ——等效地震荷载, 是质量矩阵与地面加速度  $\ddot{u}_g(t)$  的乘积;

$\{I\}$ ——表示一个单位矢量。

一个  $n$  自由度系统具有  $n$  个独立的振型。由于振型的正交性, 对于每一个振型都可以写出一个独立的运动方程, 即

$$M_j^* \ddot{Y}_j + c_j^* \dot{Y}_j + K_j^* Y_j = P_{j, eff}^*(t) = \mathcal{L}_j \ddot{u}_g(t) \quad (2.10)$$

式中  $M_j^*$ ——广义质量,  $M_j^* = \{\psi_j^T\} [M] \{\psi_j\}$ ;

$c_j^*$ ——广义阻尼,  $c_j^* = \{\psi_j^T\} [c] \{\psi_j\}$ ;

$K_j^*$ ——广义刚度,  $K_j^* = \{\psi_j^T\} [K] \{\psi_j\}$ ;

$\mathcal{L}_j$ ——地震参与系数,  $\mathcal{L}_j = \{\psi_j^T\} [M] \{I\}$ 。

各广义参数之间存在下列关系:

$$\left. \begin{aligned} c_j^* &= 2\mu_j \omega_j M_j^* \\ K_j^* &= \omega_j^2 M_j^* \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

将式(2.11)代入式(2.10), 得

$$\ddot{Y}_j + 2\mu_j \omega_j \dot{Y}_j + \omega_j^2 Y_j = P_{j, eff}^*(t) / M_j^* \quad (2.12)$$

式(2.10)、(2.11)、(2.12)与单自由度情形的式(2.3)、(2.5)、(2.6)、(2.7)相当。于是, 一个  $n$  自由度系统的第  $j$  振型 ( $j=1, 2, \dots, n$ ) 运动方程式(2.12)完全相当于一个单自由度系统的运动方程。将这些独立方程分别解出广义坐标  $Y_j(t)$ , 按式(2.8)将各振型反应叠加就得出地震条件下总的位移反应。

### 三、地震时程反应分析

一般的单自由度系统的地震反应可以用杜哈默积分表示。方程式(2.5)的未知量位移  $v(t)$  的解可写成

$$v(t) = \frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\mu \omega (t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \quad (2.13)$$

用  $V(t)$  表示上式中的积分式, 即

$$V(t) = \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\mu \omega (t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \quad (2.14)$$



则单自由度系统的地震反应化为

$$v(t) = \frac{1}{\omega} \dot{V}(t) \quad (2.15)$$

式(2.15)表示图2.1所示的质点 $M$  (即上部结构) 对于任何给定的地震地面运动 $v_g(t)$ 相对于地面的位移时程反应。而地震力(质点 $M$ 的地震惯性力)则等于质点的质量 $M$ 与有效加速度 $\ddot{v}_g(t)$ 的乘积, 有效加速度定义为频率的平方与位移的乘积, 故地震力(即基底剪力) $Q(t)$ 为

$$Q(t) = M \ddot{v}_g(t) = M \omega^2 v(t) = M \omega \dot{V}(t) \quad (2.16)$$

多自由度系统第 $j$ 振型的位移反应可仿照单自由度系统求解。由于方程(2.12)与方程(2.5)相似, 其解答可写为

$$v(x, t) = \psi_j(x) Y_j(t) = \psi_j(x) \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^* \omega_j} \dot{V}_j(t) \quad (2.17)$$

式(2.17)中 $M_j^*$ ,  $\mathcal{L}_j$ 由式(2.10)确定, 积分式 $V_j(t)$ 中的 $\omega = \omega_j$ 。

相应的沿桥墩单位高度的第 $j$ 振型有效惯性力 $q(x, t)$ 为

$$\begin{aligned} q(x, t) &= m(x) \ddot{v}_g(x, t) = m(x) \psi_j(x) \ddot{Y}_j(t) \\ &= m(x) \psi_j(x) \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} \omega_j \dot{V}_j(t) \end{aligned} \quad (2.18)$$

将 $q(x, t)$ 看作静载, 可求出桥墩各个截面的弯矩和剪力。桥墩的基底剪力 $Q(t)$ 可用积分式表示为

$$Q(t) = \int_0^H q(x, t) dx = \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} \omega_j \dot{V}_j(t) \quad (2.19)$$

**【例2.1】** 如图2.1所示的单自由度系统, 上部结构的重量 $W = Mg = 2254 \text{ kN}$ , 总刚度 $K = 56693 \text{ kN/m}$ , 阻尼比 $\mu = 0.05$ 。基底输入迁安公路桥桥头基岩地震记录水平分量(取主震相 $3\text{s}$ , 最大加速度 $A_{\max} = 0.15g$ , 卓越周期 $T_s = 0.3\text{s}$ ) (图2.3)。求地震时程反应。

**【解】** 系统自振圆频率  $\omega = \sqrt{K/M} = \sqrt{\frac{56693}{2254/9.8}} = 15.7 \text{ 1/s}$

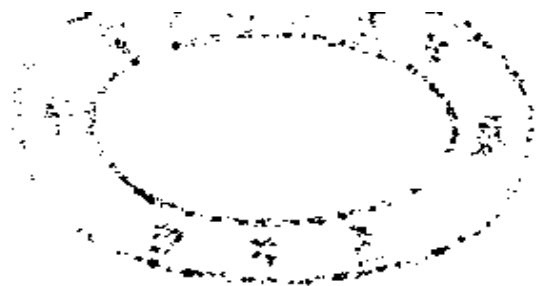


图2.3 迁安记录(1976.8.9,  $M=5.7$ ,  $\Delta=7\text{km}$ )

自振周期  $T = 2\pi/\omega = 2\pi/15.7 = 0.4\text{s}$

借助于电子计算机,在所给地震记录作用下,用直接积分法计算式(2.13),得出质点 $M$ (即墩顶)位移反应时程曲线(图2.4)。其中墩顶最大位移  $v_{\max}(t=2.56\text{s}) = 0.0185\text{m}$ ; 最大地震力(即最大基底剪力)  $Q_{\max} = M\ddot{v}_{s,\max} = M\omega^2 v_{\max} = \frac{2254}{g} \times 15.7^2 \times 0.0185 = 1048.8\text{kN}$ 。

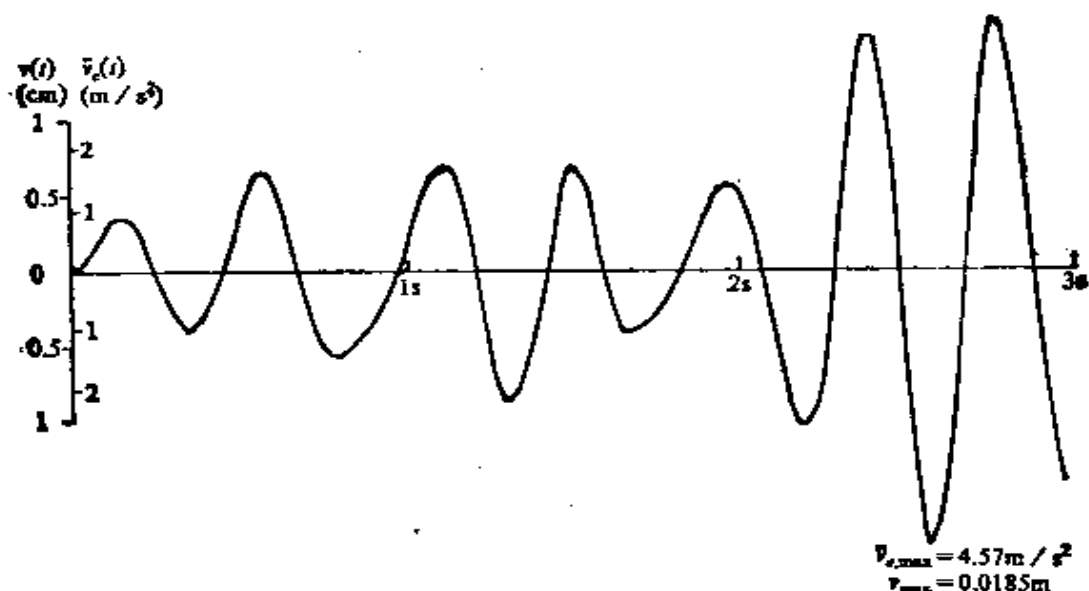
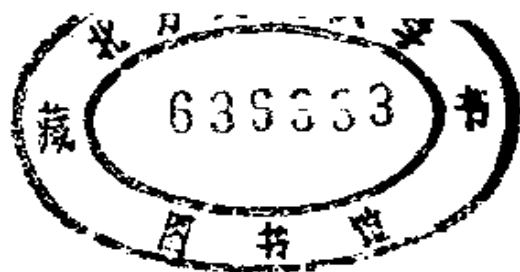


图2.4 单自由度系统  $v(t)$ ,  $\ddot{v}_s(t)$

**【例2.2】** 如图2.2所示桥墩,墩高  $H = 14\text{m}$ , 等截面  $2 \times 4\text{m}$ , 弹性



模量  $E = 1.96 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ , 容重  $\gamma = 23.52 \text{ kN/m}^3$ , 基底输入与例 2.1 同样的地震动。求地震时程反应。

【解】 取基本振型函数 (详见第三章)  $\psi_1(x) = \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right)$

由式 (2.10) 导出

$$M_1^* = m \int_0^H \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right)^2 dx = 0.226mH$$

$$= 0.226 \times \frac{4 \times 2 \times 23.52}{g} \times 14$$

$$= 595.34 \text{ kN/g} = 60.75 \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$K_1^* = EI \int_0^H \left(-\frac{\pi^2}{4H^2} \cos \frac{\pi x}{2H}\right)^2 dx = \frac{\pi^4}{32} \cdot \frac{EI}{H^3} = 3.04 \cdot \frac{EI}{H^3}$$

$$\approx 3EI/H^3 = 3 \times 1.96 \times 10^7 \times \frac{1}{12} \times 4 \times 2^3/14^3$$

$$= 57142.86 \text{ kN/m}$$

$$\mathcal{L}_1 = m \int_0^H \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right) dx = 0.364mH$$

$$= 0.364 \times \frac{4 \times 2 \times 23.52}{g} \times 14 = 958.86 \text{ kN/g} = 97.8 \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$\text{基本圆频率 } \omega_1 = \left(\frac{3EI/H^3}{0.226mH}\right)^{1/2} = 3.64 \sqrt{\frac{EI}{mH^4}}$$

$$= 3.64 \sqrt{\frac{1.96 \times 10^7 \times 4 \times 2^3/12}{4 \times 2 \times 23.52 \times 14^4/g}} = 30.7 \text{ 1/s}$$

$$\text{基本周期 } T_1 = 2\pi/\omega_1 = 2\pi/30.7 = 0.2 \text{ s}$$

取结构阻尼比  $\mu = 0.05$ , 则系统的运动方程化为

$$\ddot{Y}_1 + \left(0.364 \sqrt{\frac{EI}{mH^4}}\right) \dot{Y}_1 + \left(13.25 \frac{EI}{mH^4}\right) Y_1 = -1.61 \ddot{u}_g(t)$$

上式的解为

$$Y_1(t) = \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^* \omega_1} V_1(t) = \frac{0.364}{0.226 \times 30.7} V_1(t) = 0.0525 V_1(t)$$

$$\text{位移 } v(x, t) = \psi_1(x) Y_1(t) = 0.0525 \left( 1 - \cos \frac{\pi x}{2H} \right) V_1(t)$$

$$\text{地震力 } q(x, t) = m \psi_1(x) \ddot{Y}_1(t) = m \psi_1(x) \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} \omega_1 V_1(t)$$

$$= \frac{4 \times 2 \times 23.52}{g} \times \left( 1 - \cos \frac{\pi x}{2H} \right) \times \frac{0.364}{0.226} \times 30.7 V_1(t)$$

$$= 948.4 \left( 1 - \cos \frac{\pi x}{2H} \right) V_1(t)$$

$$\text{基底剪力 } Q(t) = \int_0^l q(x, t) dx = \frac{\mathcal{L}_1^2}{M_1^*} \omega_1 V_1(t)$$

$$= \frac{0.364^2}{0.226} \times 30.7 V_1(t) \text{ mH}$$

同例2.1一样，输入所给地震记录，计算积分式  $V_1(t)$ ，即可由式(2.17)得出位移  $v(x, t)$  或有效加速度  $\ddot{v}_e(x, t)$ 。图2.5给出了墩顶位移  $v(H, t)$  或墩顶有效加速度  $\ddot{v}_e(H, t)$  的时程曲线。由图2.5，当  $t = 2.3\text{s}$  时出现最大地震反应值如下：

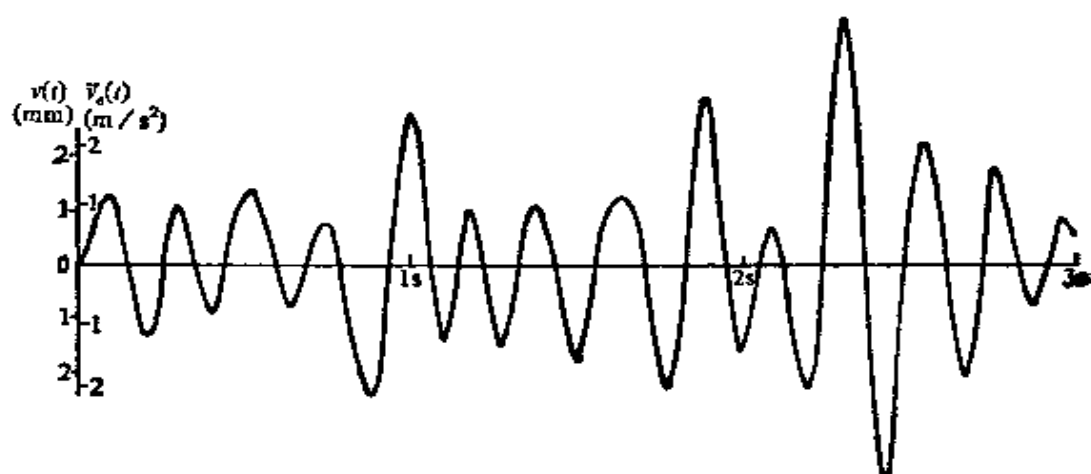


图2.5 伸臂柱墩顶位移  $v(H, t)$  及有效加速度  $\ddot{v}_e(H, t)$

$$\text{墩顶有效加速度 } \ddot{v}_{j, \max}(H, t=2.3) = \ddot{Y}_j(t=2.3) = 4.11 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{aligned} \text{墩顶位移 } v_{\max}(H, t=2.3) &= \ddot{Y}_j(t=2.3)/\omega_1^2 = 4.11/30.7^2 \\ &= 0.0044 \text{ m} = 4.4 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{地震力 } q_{\max}(x, t=2.3) &= m\psi_j(x) \ddot{Y}_j(t=2.3) \\ &= \frac{4 \times 2 \times 23.52}{g} \times \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right) \times 4.11 \\ &= 78.8 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right) \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{基底剪力 } Q_{\max}(t=2.3) &= \mathcal{L}_1 \ddot{Y}_1(t=2.3) = 97.8 \times 4.11 \\ &= 402 \text{ kN} \end{aligned}$$

#### 四、反应谱分析

为了满足结构强度验算的需要，只要确定地震反应整个时程中的最大反应量就够了。因此，地震反应式(2.15)或(2.17)只要求出反应函数 $V(t)$ 的最大值，即可得出结构的内力或位移的最大值。 $V(t)$ 的最大值称为谱速度，以 $S_v$ 表示：

$$S_v = [V(t)]_{\max} = \left[ \int_0^t \ddot{v}_j(\tau) e^{-\beta \omega (t-\tau)} \sin \omega (t-\tau) d\tau \right]_{\max} \quad (2.20)$$

于是由式(2.15)和(2.16)，谱位移 $S_d$ 和谱加速度 $S_a$ 可写为

$$S_d = S_v / \omega \quad (2.21)$$

$$S_a = \omega S_v = \omega^2 S_d \quad (2.22)$$

显然结构的最大地震位移反应可表示为

$$v_{\max} = S_d \quad (2.23)$$

$$\text{或 } [v(x)]_{\max} = \psi_j(x) Y_{j, \max} = \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} \psi_j(x) S_d \quad (2.24)$$

而最大有效地震力为

$$Q_{\max} = MS_n \quad (2.25)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{或} \quad [q(x)]_{\max} &= m(x)\psi_j(x) \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} S_n \\ Q_{\max} &= \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} S_n \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

综上所述, 求解结构的最大地震反应归结为求解谱速度 $S_n$ , 而谱速度取决于三个因素:

- (1) 地震地面运动  $\ddot{v}_g(t)$ ;
- (2) 结构阻尼比 $\mu_j$ ;
- (3) 结构自振频率 $\omega$ 。

因此, 对于任何给定的地震输入和已知的结构阻尼比, 把谱速度作为结构自振频率(或周期)的函数来进行计算, 对于每一种频率(或周期)可给出谱速度值的一个点, 在一定的有实际意义的结构周期范围内把这些点连起来, 就得到速度反应谱。按照反应谱的关系式(2.21)、(2.22)可得出位移反应谱和加速度反应谱。由于加速度反应谱直接与地震力相联系, 所以各国的抗震设计规范一般都给出加速度反应谱。我国《公路规范》和《铁路规范》也是这样。由于地震地面运动的随机性, 一个地震记录得出的反应谱曲线有许多突出的峰点或谷点, 不同的地震记录有不同的峰点或谷点。这些峰点或谷点是由于特定的地震地面运动中局部共振引起的。为了实用的目的, 应忽略这些峰点或谷点, 将这些反应谱曲线平滑化, 并对不同的大量地震记录取平均值, 得到平均反应谱, 付诸应用。以美国1940年获得的埃尔森特罗地震记录为基准得到的平均速度谱、加速度谱和位移谱见图2.6。

**【例2.3】** 如图2.1所示的单自由度系统, 结构的各设计参数同例2.1。设地震烈度与埃尔森特罗地震相当。用埃尔森特罗地震平均反应谱求最大地震反应。

**【解】** 已知 $\omega = 15.7 \text{ 1/s}$ ,  $T = 0.4\text{s}$ ,  $\mu = 0.05$

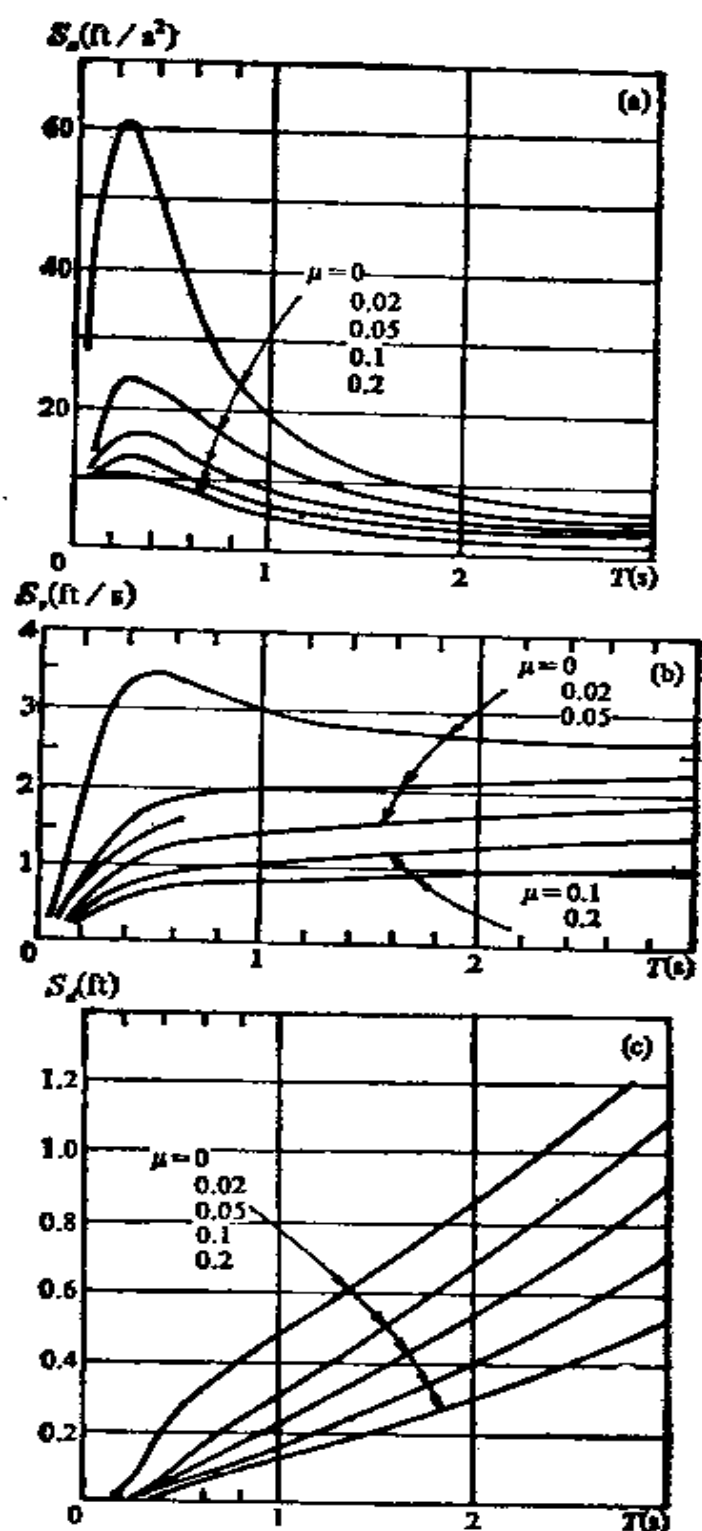


图2.6 平均反应谱(据埃尔森特罗地震记录)  
 (a) 平均加速度反应谱; (b) 平均速度反应谱; (c) 平均位移反应谱  
 1ft(英尺)=0.3048m

由图2.6查得  $S_s = 1/3 \times 0.2 \text{ g} \approx 0.02 \text{ g}$

或  $S_s = 16 \text{ ft/s}^2 = 4.9 \text{ m/s}^2 \approx 0.5 \text{ g}$

则由式(2.23)、(2.25)得

墩顶最大位移  $v_{\max} = S_s = 0.02 \text{ m}$

最大有效加速度  $\ddot{v}_{s, \max} = S_s = 0.5 \text{ g}$

最大基底剪力  $Q_{\max} = M \ddot{v}_{s, \max} = \frac{2254}{g} \times 0.5 \text{ g} = 1127 \text{ kN}$

【例2.4】 如图2.2所示的伸臂柱，结构的各设计参数同例2.2。设地震烈度与埃尔森特罗地震相当。用埃尔森特罗地震平均反应谱求最大地震反应。

【解】 已知  $\omega_1 = 30.7 \text{ 1/s}$ ,  $T_1 = 0.2 \text{ s}$ ,  $\mu = 0.05$

由图2.6查得  $S_s = 0.2 \text{ in}^{11)} \approx 0.005 \text{ m}$

或  $S_s = 15 \text{ ft/s}^2 \approx 4.6 \text{ m/s}^2$

给定  $\psi_1(x) = \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right)$ ，则由式(2.24)、(2.26)得

最大位移  $v_{\max}(x) = \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} S_s \psi_1(x) = \frac{0.364}{0.226} \times 0.005$

$$\left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right) = 0.008 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right) \text{ m}$$

墩顶最大位移  $v_{\max}(H) = 0.008 \text{ m}$

最大地震力  $q_{\max}(x) = \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} S_s m \psi_1(x) = \frac{0.364}{0.226} \times 4.6$

$$\times \frac{4 \times 2 \times 23.52}{g} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right) = 142.1 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2H}\right) \text{ kN/m}$$

最大基底剪力  $Q_{\max} = \frac{\mathcal{L}_1^2}{M_1^*} S_s = \frac{0.364^2}{0.226} \times 4.6 \text{ mH} = \frac{0.364^2}{0.226}$

$$\times 4.6 \times \frac{4 \times 2 \times 23.52}{g} \times 14 = 724.9 \text{ kN}$$

1) 1in(英寸) = 2.54cm



## 五、设计反应谱<sup>1)</sup>

强震地面运动的观测结果表明：场地土质条件、震级和震中距是影响地面运动特性的主要因素，其中场地条件的影响尤为明显，根据不同场地上获得的强震加速度记录计算的反应谱有明显的差异。因此，抗震设计规范中通常对不同的场地条件给出不同的设计反应谱曲线。在1977年批准的《公路工程抗震设计规范(JTJ 24-77)》中，将场地土划分为三类，并给出了对应的三条设计反应谱曲线。第一类为基岩或坚硬土，第三类为软弱土，第二类为介于上述两类之间的一般场地土。这种划分显得比较粗糙，不能很好反映不同场地土质的差别。随着强震加速度记录的积累，现在已有可能将场地划分得更细一些。因此，《公路规范》将场地土划分为四类，即将原规范中的第二类一般场地土进一步分成两类。场地划分的具体标准如下：

I类场地土：基岩或覆盖土层较薄的碎石土。

II类场地土：中密、松散的碎石土；密实、中密的砾砂、粗中砂；地基土静承载力容许值 $[\sigma_0] > 250\text{kPa}$ 的粘性土。

III类场地土：松散的砾砂；粗中砂；密实、中密的细、粉砂；地基土静承载力容许值 $[\sigma_0] \leq 250\text{kPa}$ 的粘性土和 $[\sigma_0] \geq 130\text{kPa}$ 的填土。

IV类场地土：淤泥质土；松散的细、粉砂；新近沉积的粘性土和地基土静承载力容许值 $[\sigma_0] < 130\text{kPa}$ 的填土。

实际上覆盖土层常常是多层土、在评定场地类别时应根据地表下20m范围内的土层情况综合考虑。

---

1) 本节由周雍年撰写。

根据对国内外强震加速度记录反应谱的统计分析，给出了上述四类场地土质条件下的设计反应谱曲线(阻尼比为0.05)、如图2.7所示。

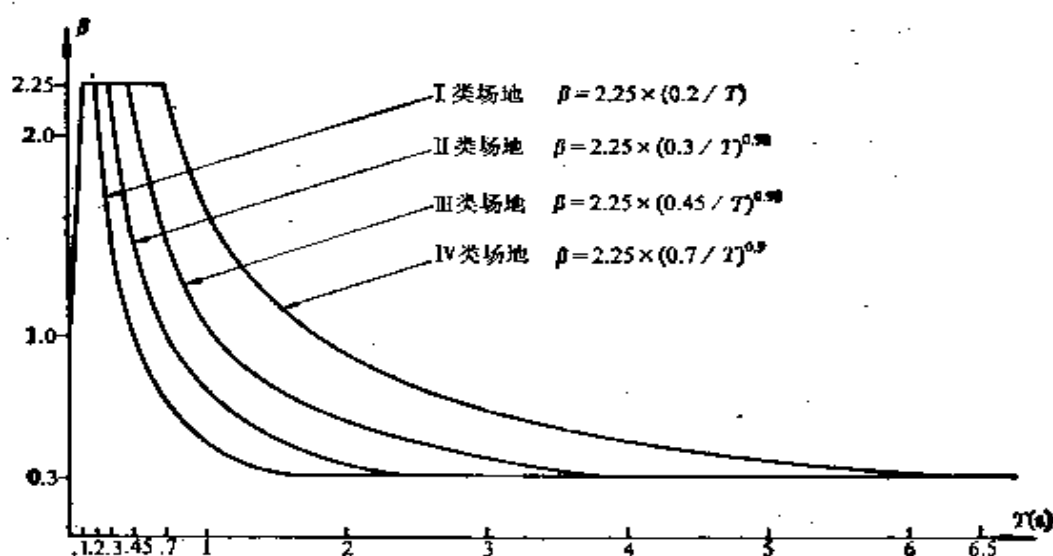


图2.7 《公路规范》设计反应谱

这四条设计反应谱曲线也可以用下式来统一表示：

$$\beta = \begin{cases} 1.0 + 12.5T & 0 \leq T < T_a \\ 2.25 & T_a \leq T < T_g \\ 2.25(T_g/T)^k & T_g \leq T < T_b \\ 0.3 & T_b \leq T \end{cases} \quad (2.27)$$

式中  $T_a$ 、 $T_g$ 和 $T_b$ —— $\beta$ 曲线的三个拐角周期，如图2.8所示。

$T_a$ 为0.1s， $T_g$ 、 $T_b$ 和 $k$ 的取值因场地类别而异，如表2.1所列。

场地分类是一种定性的划分方法，在实际应用中存在很多问题。由于场地土层十分复杂，很难以某一个物理量来表示场地土层的地震动特性差异。研究表明：场地土的平均剪切模量能较好地反映场地土层的刚度特性，而覆盖土层的厚度与地震动特性和震

表2.1

设计反应谱的有关参数

场 地 类 别	I	II	III	IV
$T_g(s)$	0.20	0.30	0.45	0.70
$T_h(s)$	1.50	2.34	3.75	6.56
$k$	1.00	0.98	0.95	0.90

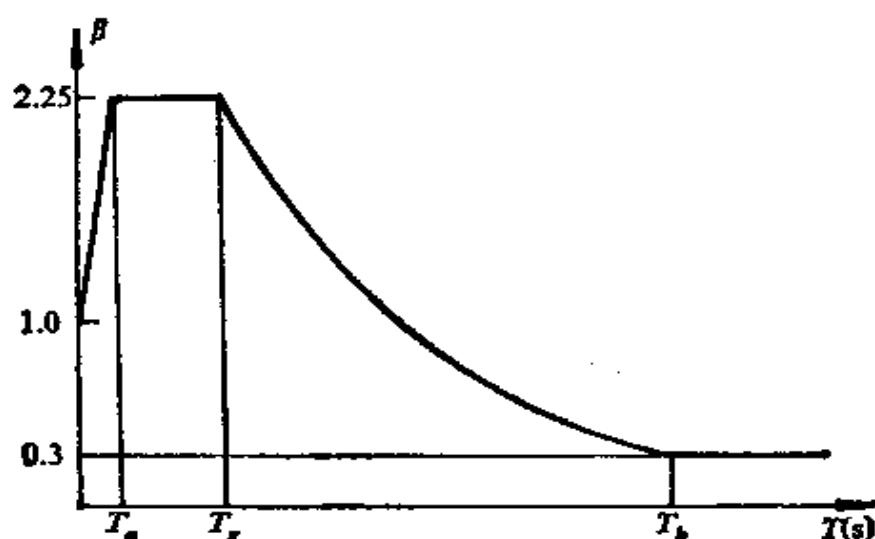


图2.8 设计反应谱的统一形式

害也有密切的关系。因此，采用将两者结合起来的场地评定指数  $\mu$  可以较好地表征场地土的动力特性。这就是《公路规范》附录六中的方法。

场地评定指数  $\mu$  定义为

$$\mu = 0.6\mu_1 + 0.4\mu_2 \quad (2.28)$$

$\mu_1$  和  $\mu_2$  分别表示场地土的平均剪切模量和覆盖土层厚度对场地评定指数的贡献， $\mu_1$  和  $\mu_2$  的计算公式如式 (2.29) 和 (2.31) 所示。

$$\mu_1 = \begin{cases} 1 - e^{-0.0001(G-300)} \cdot 10^{-4} & G > 300 \text{ kN/m}^2 \\ 0 & G \leq 300 \text{ kN/m}^2 \end{cases} \quad (2.29)$$

式中 $G$ ——场地土的平均剪切模量( $\text{kN/m}^2$ ),

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n h_i \rho_i v_i^2}{\sum_{i=1}^n h_i} \quad (2.30)$$

其中, $h_i$ 、 $\rho_i$ 和 $v_i$ 分别为第 $i$ 层土的厚度(m)、质量密度( $\text{kN}\cdot\text{s}^2/\text{m}^4$ )和剪切波速度(m/s), $n$ 为覆盖土层的分层数。

当覆盖土层厚度小于20m时,取实际厚度范围内土层的平均剪切模量;当覆盖土层厚度超过20m时,取自地表起20m范围内土层的平均剪切模量。

$$\mu_2 = \begin{cases} e^{-0.018(h-5)^2 \cdot 10^{-3}} & h > 5 \text{ m} \\ 1 & h \leq 5 \text{ m} \end{cases} \quad (2.31)$$

式中 $h$ ——覆盖土层总厚度。

根据场地土层的厚度、质量密度和剪切波速度资料就可以确定场地评定指数 $\mu$ ,这样就可以用一个连续变化的量来表征场地土的动力特性。 $\mu$ 值确定后,可以根据式(2.32)来确定式(2.27)中的 $T_z$ 和 $k$ 值:

$$\left. \begin{aligned} T_z &= 0.7 - 0.5\mu \\ k &= 0.9 + 0.1\mu \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

由此可按式(2.27)确定设计反应谱值。

采用连续变化的场地评定指数 $\mu$ 来描述场地土的动力特性后,设计反应谱曲线将随 $\mu$ 值而改变。当 $\mu$ 值分别取1.0, 0.8, 0.5和0时,得到的设计反应谱曲线就是前述四类场地的设计反应谱曲线。显然,在有了场地土的剪切波速、分层厚度和质量密度等实测数据后,用场地评定指数 $\mu$ 来确定设计反应谱的方法更合理些。下面

举几个计算实例。

**【例2.5】** 已测得上海市某处的土质和剪切波速数据如表2.2所列，覆盖土层总厚度超过100m。试确定该场地的评定指数 $\mu$ 和设计反应谱。

表2.2

层底深度 (m)	层 厚 (m)	土质描述	密 度 ( $\text{kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$ )	剪切波速 (m/s)
5.0	5.0	淤泥	0.0172	74
10.0	5.0	淤泥	0.0181	153
15.0	5.0	淤泥	0.0172	96
20.0	5.0	淤泥亚粘土	0.0189	233
25.0	5.0	淤泥亚粘土	0.0180	263
30.0	5.0	淤泥亚粘土	0.0189	238
35.0	5.0	淤泥亚粘土	0.0189	250
40.0	5.0	淤泥亚粘土	0.0189	250
45.0	5.0	淤泥亚粘土	0.0189	263
50.0	5.0	粉砂	0.0201	278
55.0	5.0	亚粘土	0.0189	250
60.0	5.0	亚粘土	0.0189	313

**【解】** 根据式(2.30)，可算出平均剪切模量为

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{1}{20} (5 \times 0.0172 \times 74^2 + 5 \times 0.0181 \times 153^2 \\
 &\quad + 5 \times 0.0172 \times 96^2 + 5 \times 0.0189 \times 233^2) \\
 &= 426 \text{ kN/m}^2
 \end{aligned}$$

由式(2.29)有

$$\mu_1 = 1 - e^{-0.8(426-300) \cdot 10^{-4}} = 0.08$$

覆盖土层总厚度在100m以上，现设为120m，则由式(2.31)有

$$\mu_2 = e^{-0.918(120-6)^2 \cdot 10^{-5}} \approx 0$$

$$\mu = 0.6\mu_1 + 0.4\mu_2 = 0.048$$

由式(2.32)可得

$$T_g = 0.7 - 0.5 \times 0.048 = 0.68$$

$$k = 0.9 + 0.1 \times 0.048 = 0.95$$

设计反应谱可由下式确定:

$$\beta = \begin{cases} 1.0 + 12.5T & 0 \leq T < 0.1 \\ 2.25 & 0.1 \leq T < 0.68 \\ 2.25(0.68/T)^{0.9} & 0.68 \leq T < 5.67 \\ 0.3 & 5.67 \leq T \end{cases}$$

【例2.6】 测得某场地土质和剪切波速数据如表2.3所列, 试确定该场地的设计反应谱。

表2.3

层底深度 (m)	层 厚 (m)	土质描述	密 度 ( $\text{kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$ )	剪切波速 (m/s)
3.0	3.0	亚粘土	0.017	135
4.0	1.0	细砂	0.018	270
5.5	1.5	轻亚粘土	0.018	270
6.7	1.2	亚粘土	0.018	270
8.5	1.8	细砂	0.019	270
11.5	3.3	粘土	0.019	270
11.8		基岩		

【解】 由式(2.30)算出平均剪切模量为

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{11.8} (3 \times 0.017 \times 135^2 + 1 \times 0.018 \times 270^2 + 1.5 \\ &\quad \times 0.018 \times 270^2 + 1.2 \times 0.018 \times 270^2 \\ &\quad + 1.8 \times 0.019 \times 270^2 + 3.3 \times 0.019 \times 270^2) \\ &= 1089 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

由式(2.29)和(2.31)有

$$\mu_1 = 1 - e^{-0.8(1029-300) \cdot 10^{-4}} = 0.41$$

$$\mu_2 = e^{-0.916(11.2-5)^2 \cdot 10^{-3}} = 0.96$$

故  $\mu = 0.6 \times 0.41 + 0.4 \times 0.96 = 0.63$

由式(2.32)可得

$$T_g = 0.7 - 0.5 \times 0.63 = 0.39$$

$$k = 0.9 + 0.1 \times 0.63 = 0.96$$

由式(2.27)确定该场地的设计反应谱为

$$\beta = \begin{cases} 1.0 + 12.5T & 0 \leq T < 0.1 \\ 2.25 & 0.1 \leq T < 0.39 \\ 2.25(0.39/T)^{0.98} & 0.39 \leq T < 3.18 \\ 0.3 & 3.18 \leq T \end{cases}$$

【例2.7】 某场地的土质和剪切波速数据如表2.4所列，试确定该场地的设计反应谱。

表2.4

层底深度 (m)	层厚 (m)	土质描述	密度 ( $\text{kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$ )	剪切波速 (m/s)
1.0	1.0	耕土	0.0194	182
8.8	7.8	亚粘土碎石	0.02	457
9.6	0.8	粘土	0.0194	300
9.8	0.2	灰岩	0.021	800

【解】 由式(2.30)得

$$G = \frac{1}{9.8} (1 \times 0.0194 \times 182^2 + 7.8 \times 0.02 \times 457^2 + 0.8 \times 0.0194 \times 300^2) = 3530 \text{ kN/m}^2$$

由式(2.29)和(2.31)有

$$\mu_1 = 1 - e^{-0.8(3530-300) \cdot 10^{-4}} = 0.88$$

$$\mu_2 = e^{-0.916(9.8-5)^2 \cdot 10^{-3}} = 0.98$$

故  $\mu = 0.6 \times 0.88 + 0.4 \times 0.98 = 0.92$

由式(2.32)有

$$T_g = 0.7 - 0.5 \times 0.92 = 0.24$$

$$k = 0.9 + 0.1 \times 0.92 = 0.99$$

该场地的设计反应谱为

$$\beta = \begin{cases} 1.0 + 12.5T & 0 \leq T < 0.1 \\ 2.25 & 0.1 \leq T < 0.24 \\ 2.25(0.24/T)^{0.9} & 0.24 \leq T < 1.84 \\ 0.3 & 1.84 \leq T \end{cases}$$

## 六、阻尼的影响

### 1. 阻尼对反应谱值的校正

结构阻尼是影响加速度反应谱值的一个重要参数。在结构阻尼比较小的情况下, 阻尼比值的变化会大大改变反应谱值, 从而影响结构所受地震力的大小。我国现行抗震设计规范的设计反应谱均以阻尼比  $\mu = 0.05$  为基准, 故当结构的实际阻尼比明显大于或小于此基准值时, 有必要对设计反应谱值作出校正。现场原型结构试验结果表明: 混凝土和钢筋混凝土结构阻尼比大致接近上述基准值, 钢结构较低, 砖石结构较高。各种桥梁结构的阻尼比的变化范围在 0.015—0.20 之间。

图 2.6a 为埃尔森特罗地震的平均加速度反应谱, 其阻尼比  $\mu = 0—0.20$ , 由图可见: 以  $\mu = 0.05$  为基准, 当  $\mu = 0.02$  时, 反应谱值约高 50%; 当  $\mu = 0.10$  时, 约低 40%; 而当  $\mu = 0.20$  时, 约低 50%。50—60 年代, 根据美国、苏联和我国的一些地震记录的统计结果, 反应谱值大致与阻尼比的平方根成反比, 而与结构的周期无明显关系。计算对比结果有很好的稳定性, 特别是当  $\mu \geq 0.02$ ,  $T > 0.2s$  时更是如此, 因此, 在实际工作中可以标准设计反应谱为



准，根据结构周期先求出反应谱值 $\beta$ ，再以阻尼校正系数 $c_D$ 乘之：

$$c_D = \sqrt{0.05/\mu} \quad (2.33)$$

近些年来，根据大量的计算统计和研究结果，提出了阻尼对反应谱曲线影响更为精确的校正公式如下：

$$\left. \begin{aligned} \beta(T, \mu) &= \beta(T, 0.05) / \lambda(T, \mu) \\ \lambda(T, \mu) &= \sqrt[3]{16.6\mu + 0.16} \left( \frac{0.8}{T} \right)^a \\ a &= \frac{0.05 - \mu}{0.156 + 3.38\mu} \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

很明显，新的公式考虑了结构周期变化的影响，且适用于 $\mu=0$ 的情况。

## 2. 桥梁的阻尼

桥梁结构的阻尼由两部分组成，一为内阻尼，与结构材料的性质有关，系由于材料内部分子之间的摩擦产生热能，从而消耗结构的动能引起。与其他结构一样，这部分阻尼可假定为粘滞阻尼，其阻尼力与结构运动的速度成正比（当运动速度不太大时），这就是方程(2.3)、(2.9)中第二项所考虑的阻尼力。二为外阻尼，系由于结构或构件之间的外摩擦、桥梁活动支座的滑动摩擦等原因所引起。对梁式桥来说，支座摩擦是一个重要因素。这部分阻尼属非线性阻尼。

由于材料种类、结构形式、联结方式和支座类别的不同，桥梁结构总的阻尼系数相差很大。综合国内一些原型桥梁的实测结果，表2.5列出各类桥梁结构总阻尼比的大致范围及根据式(2.33)得出的反应谱校正值。

## 3. 桥梁支座的摩擦阻尼

梁式桥活动支座的种类很多，其摩擦系数各不相同。活动支座的摩擦接近于干摩擦，即库伦摩擦的情形，这种摩擦产生的阻尼力方向与运动方向相反、大小不变，即不随运动的位移、速度

或加速度的大小变化而变化。

表2.5

桥梁结构阻尼比

桥梁类别	钢桁桥		混凝土墩(架梁前)、钢筋混凝土、预应力混凝土梁	砌石墩	连续梁桥的固定支座墩	多孔简支梁桥
	竖向	侧向				
$\mu$	0.03	0.015	0.03—0.05	0.05	0.07—0.1	0.1—0.15
$c_D$	1.29	1.83	1.29—1.0	1.0	0.85—0.71	0.71—0.58

摩擦阻尼与粘滞阻尼的异同点如下:

(1) 两种阻尼都耗能, 但粘滞阻尼使结构体系自由振动的振幅按指数函数衰减, 而摩擦阻尼使振幅按线性函数衰减。

(2) 粘滞阻尼使结构体系的自振周期增长 ( $T_D = T / \sqrt{1 - \mu^2}$ ,  $T_D$ 为有阻尼周期), 但其影响由于阻尼比 $\mu$ 很小而不显著, 在自振分析中可假定 $T_D \approx T$ 。于是形成了这种局面: 理论分析中常用无阻尼周期, 而现场试验获得的则总是有阻尼周期, 两者常被混淆, 不加区别。

分析表明, 摩擦阻尼不改变体系的自振周期。这不同于粘滞阻尼, 更不同于某种弹性支承。

由于摩擦力具有非线性性质, 将它引入动力方程(2.3)或(2.9), 会增加求解的困难。为了简便, 可将此摩擦阻尼化为等效的粘滞阻尼, 与结构材料的粘滞阻尼叠加在一起, 作为结构的总阻尼。等效的原则是振动一周期之内两种阻尼的耗能相等。方法如下:

当结构在外力作用下作稳态简谐运动 $A \sin \omega t$ 时, 结构的摩擦阻尼力 $F_f = \mu_0 N$  ( $\mu_0$ 为摩擦系数,  $N$ 为正压力)在每一振动周期内耗能 $4AF_f$ ; 若以等效粘滞阻尼力 $F_D = c_f \dot{u}$ 代之 [ $c_f$ 为等效粘滞

阻尼系数, 参见式(2.2)], 则相应的每一周期耗能为 $\pi c_f A^2 \omega$ , 于是有

$$\begin{aligned} \pi c_f A^2 \omega &= 4AF_f \\ \text{得} \quad c_f &= 4F_f / (\pi A \omega) \end{aligned} \quad (2.35)$$

式(2.35)可进一步简化如下: 设地震条件下结构的最大位移反应为 $A$ , 并假定在出现最大位移 $A$ 的时刻结构作振幅为 $A$ 、振动频率等于结构自振频率 $\omega$ 的简谐运动(图2.4, 2.5), 则引入等效粘滞阻尼比 $\mu_f$ , 可由式(2.6)得

$$\mu_f = c_f / (2M\omega) = 2F_f / (\pi AM\omega^2) \quad (2.36)$$

由式(2.7), 式(2.36)化为

$$\mu_f = 2F_f / (\pi AK) \quad (2.37)$$

式(2.37)中乘积 $AK$ 即为结构所受最大地震力, 于是得

$$\mu_f = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{F_f}{Q_{max}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\text{摩擦力}}{\text{地震力}} \quad (2.38)$$

多自由度系统可照此处理。

综上所述, 桥梁活动支座的摩擦阻尼可简易地化为等效粘滞阻尼, 其步骤如下:

(1) 假定活动支座已全部开始滑动, 求出结构体系的自振频率 $\omega$ , 取阻尼比 $\mu = 0.05$ , 查出反应谱值 $\beta$ , 并求出地震力。

(2) 按式(2.38)求出与活动支座摩擦力(摩擦系数 $\mu_s$ )相应的等效的粘滞阻尼比 $\mu_f$ , 然后求得总阻尼比 $\mu_s = \mu_f + \mu$  ( $\mu$ 为结构材料的粘滞阻尼比)。

(3) 以 $\mu_s$ 代替式(2.33)或(2.34)中的 $\mu$ , 求出反应谱值 $\beta$ 的阻尼校正系数后再求设计地震力。

下面以宜都长江大桥为例加以说明。

该桥为连续梁桥, 九孔, 其北联为 $5 \times 128\text{m}$ 钢桁, 3号墩设固定支座, 其余五个墩设活动支座(钢制辊轴支座, 轮半径 $r = 20\text{cm}$ )。上部结构重 $139797\text{kN}$ , 试验列车重 $26705\text{kN}$ , 墩身折算

重 4998kN, 共计  $W = 171500\text{kN}$ ; 五个活动支座的总轮重  $R = 137200\text{kN}$ 。试验列车在桥上时实测自振周期  $T = 1\text{s}$ , 推算 3 号墩顶推力刚度  $K = 691.88\text{kN/mm}$ 。

列车制动力试验时所有活动支座都已滚动, 3 号墩顶最大纵向振幅  $A = 2\text{mm}$ 。对于钢轮在钢板上滚动的理想情形, 可假定接触点压痕宽度  $b = 0.01\text{cm}$ , 则滚动摩擦力  $F_f$  可由下式算出:

$$F_f r = Rb/2$$

$$F_f = \frac{Rb/2}{r} = \frac{137200 \times 0.005}{20} = 34.3\text{kN}$$

$$\text{由式(2.37)得出 } \mu_f = 2F_f / (\pi AK) = 2 \times 34.3 / (\pi \times 2 \times 691.88) = 0.016$$

$$\mu_t = 0.05 + \mu_f = 0.066$$

根据制动力试验获得的 3 号墩顶纵向位移记录推算出

$$\mu_t = 0.07$$

设地震烈度为Ⅶ度, 桥梁体系的各参数仍如上述。根据  $T = 1\text{s}$ ,  $\mu = 0.05$ , I 类地基, 查出  $\beta = 0.45$ , 则最大地震力  $Q_{\max}$  为

$$Q_{\max} = 171500 \times 0.1 \times 0.45 = 7717.5\text{kN}$$

由式(2.38)

$$\mu_f = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{F_f}{Q_{\max}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{34.3}{7717.5} = 0.003$$

$$\mu_t = 0.05 + \mu_f = 0.053$$

由于钢制辊轴支座的滚动摩擦系数很小, 所以与材料的内阻尼相比, 此处  $\mu_f$  的影响可忽略。但对摇轴支座、油毡支座或橡胶支座等, 摩擦系数要大得多, 其影响在第三章讨论。

## 七、若干设计参数的确定

### 1. 地震系数

地震地面运动的最大加速度值通常被作为衡量地震烈度的合

适的物理标准和地震破坏力的主要参数。《公路规范》和《铁路规范》均以与烈度相联系的水平地震系数  $K_H$  和竖向地震系数  $K_V$  (地面最大加速度水平分量和竖向分量与重力加速度  $g$  之比) 作为烈度的物理标准。

根据国内外已有的强震观测记录, 对地面加速度记录水平分量最大值进行统计分析, 求得不同地震、不同地点、相同烈度下取得的数据的平均值, 作为规范采用的指标。《公路规范》与《铁路规范》仍采用工程力学研究所1973年建议的水平地震系数  $K_H$  值 (表2.6)。

表2.6 地震系数

烈度 物理量	Ⅵ	Ⅶ	Ⅷ
$K_H$	0.1	0.2	0.4
$K_V$	0.05	0.1	0.2

注: 1981年由刘恢先主编、国家地震局批准的新的地震烈度表将相应于Ⅵ, Ⅶ, Ⅷ度的  $K_H$  值分别提高至0.125, 0.25, 0.50。

竖向地震分量在高烈度区对于悬臂式结构、长跨结构、预应力结构等的震害有明显的影响。统计结果表明: 竖向地震系数  $K_V$  的散布范围大致在  $(1/2—2/3)K_H$  之间, 抗震设计规范多采用  $K_V/K_H \approx 0.5$ , 如表2.6。

## 2. 重要性系数

《公路规范》规定: 应根据线路的等级、工程的重要性和修复的难易程度采用不同的修正系数来体现不同的抗震设防标准, 如表2.7所列。

重要性修正系数根据新编地震区划图, 以概率统计为基础,

表2.7

重要性系数 $c_I$ 

类别	高速公路和一级公路的抗震重点工程	高速公路和一级公路一般工程, 二级公路抗震重点工程, 一、二级公路桥支座	二级公路一般工程, 三级公路抗震重点工程, 四级公路桥支座	三级公路一般工程, 四级公路抗震重点工程
$c_I$	1.7	1.3	1.0	0.6

以地震烈度的年超越概率为指标来确定。四个等级分别相当于以80年、60年、40年、20年为工程的设计基准期。

### 3. 综合影响系数

抗震设计规范地震力计算公式中还有一个综合影响系数 $c_z$ 。1964年的《地震区建筑设计规范》(草案稿)第二章结构抗震强度验算中最先提出了“结构系数” $c$ , 并对不同类型结构规定了相应的取值。抗震设计规范中的“综合影响系数” $c_z$ 是从这个“结构系数”演变而来的。1964年的规范提出结构系数的原意是为了弥合理论计算与客观实际以及设计传统之间的差距。这个差距来自许多方面, 结构类别不同, 差距也不同。比如, 理论计算是以弹性结构为基础, 而实际结构在承受预期的设计地震时不一定仍处于弹性阶段。对有些结构来说, 发生塑性变形甚至受到局部破坏是容许的, 一般桥梁的主要受力结构应属此类; 而对有些结构, 则不容许丝毫损伤(如核电站)。有的结构经过实际地震的考验, 证明可以按小于理论的地震荷载进行设计。有的结构一向按较小的地震荷载进行设计但同时采用较小的安全系数。由于设计传统习惯的不易改变, 故不得不将理论的地震荷载加以折减以取得经济的设计。此外, 还有结构的阻尼以及其他物理力学性质的影响。凡此种种, 都要求对设计地震荷载加以调整。由于系数的含意包罗万象, 而与之有关的科研资料又不够充分, 所以在系数的取值方面过去主要以评估为基础, 存在一定的模糊性和随意性。

近20年, 由于工程结构抗震设计理论的普及和发展, 像设计

传统习惯一类的问题，已渐渐变得不突出了。然而另一些因素，其重要性变得更为明显，对 $c_z$ 的确定起着主要的作用。这是由于下述两方面的原因：

(1) 对结构材料的非线性，特别是在多次反复荷载下的弹塑性变形、阻尼等的大量试验研究，其结果能帮助我们分析结构在强烈地震时的变形和受力状态以及破坏条件，并对震害现象作出合理的解释。因此，材料的非线性性质成为确定 $c_z$ 的一个主要影响因素。

(2) 自1966年邢台地震以来，我国发生了多次破坏性地震，特别是1975年海城地震和1976年唐山地震，各类现代工程，包括大量的铁路、公路桥梁受到实际的地震检验，由此而获得的宝贵震害资料对于衡量理论计算与客观实际之间的差距提供了检验的标准。于是，用震害事实来反算 $c_z$ 的数值范围是有说服力的。

因此，在考虑材料的非线性性质的基础上，研究和确定 $c_z$ 的数值范围，然后用震害经验来作检验并加以调整，是当前确定现行抗震设计规范中 $c_z$ 值的较合理的办法。

国外对钢筋混凝土结构的非线性性质进行过较多的试验和理论研究。Newmark 最先仿照确定弹性反应谱的步骤对几种常用的非线性恢复力模型计算了不同地震动作用下的非线性反应谱，提出了非线性加速度反应谱 $S_F$ 与弹性加速度反应谱 $S_E$ 的比值的近似公式：

$$S_F/S_E = 1/\sqrt{2\mu_0 - 1} \quad (2.39)$$

式中 $\mu_0$ ——延伸率，等于最大非线性变形 $u_{max}$ 与弹性极限变形 $u_y$ 之比，

$$\mu_0 = u_{max}/u_y \quad (2.40)$$

Blume 进行了钢筋混凝土结构在重复加载条件下的恢复力特性试验，并假定弹塑性体系达到最大位移时的耗能量与等效的弹性体系在最大位移时的耗能量相等，可得出与 Newmark 的上述

结论一致的结果，即非线性反应与线性反应的比值与式(2.39)一样。

正常设计的钢筋混凝土结构的延伸率 $\mu_0 = 4-7$ ，如偏小一些取 $\mu_0 = 5$ ，则得

$$S_r/S_s = 1/\sqrt{2 \times 5 - 1} \approx 1/3$$

这说明抗震设计规范中综合影响系数 $c_z$ 的取值一般在1/3左右是有根据的。表2.8列出了《公路规范》规定的 $c_z$ 取值范围。

表2.8 综合影响系数 $c_z$

桥 型		墩 高 $H(m)$		
		$H < 10$	$10 \leq H \leq 20$	$20 \leq H < 30$
梁 桥	柔性墩	0.30	0.33	0.35
	实体墩	0.20	0.25	0.30
	桩基桥墩	0.25	0.30	0.35
拱 桥		0.35		

作者分析了重力式桥台的综合影响系数的取值问题。桥台体系由台身、后填土和下卧土层组成，它的非线性主要来自土层，在确定桥台的地震土压力公式的 $c_z$ 值时，应主要考虑后填土和下卧层土的非线性的影响。土的剪切模量随剪应变增大而降低，而阻尼比随剪应变增大而提高。Seed综合了大量试验资料，根据等效线性假定，提出了砂土类土和粘土类土的剪切模量和阻尼比随剪应变而变化的非线性关系建议曲线。将桥台体系简化为平面应变问题，输入实际地震记录，引入Seed建议的非线性特性曲线，用有限元法求解桥台体系的非线性反应，同时求解同一体系的线性反应，取两种反应的最大值之比来估算 $c_z$ 的变化范围。由此得出：



(1) 建于刚性地基上的桥台，特别是低矮桥台，具有较高的 $c_z$ 值。这主要是由于台后土层的剪切变形小，非线性没有得到充分发展的缘故。随台高增大， $c_z$ 值有所下降。当墩高 $H_1 = 12\text{m}$ 时， $c_z = 0.52—0.66$ 。但震害现象的考察结果表明：建于基岩上的桥台震害明显较轻。因此对这种情形， $c_z$ 值应予调低。

(2) 建于无液化可能的均匀土层上的桥台，其 $c_z$ 随下卧层厚度 $H_2$ 的增大而减小，从 $H_2 = 2\text{m}$ 时 $c_z = 0.53—0.62$ 递降至 $H_2 = 8\text{m}$ 时  $c_z = 0.24—0.29$ 。

(3) 下卧土层中存在软弱夹层或液化层时， $c_z$ 又有所降低。当 $H_2 = 2\text{m}$ ，软弱夹层或液化层的剪切模量与其余土层之比 $G_1/G_2 = 1/4$ 时， $c_z = 0.26—0.33$ 。但当 $G_1/G_2 = 1/8$ 时， $c_z$ 值并不继续下降。

(4) 地震烈度也是一个明显的影响因素。当 $H_1 = 8\text{m}$ ， $H_2 = 2\text{m}$ ， $K_H/K_V = 0.15/0.075—0.6/0.3$ 时， $c_z = (0.53—0.62)—(0.24—0.27)$ 。

综上所述，考虑土的剪切模量和阻尼比的非线性特性，桥台综合影响系数可如下取值：

(1) 无液化，土质均匀的地基，可取

$c_z = 0.4(\text{Ⅶ})$ ， $0.35(\text{Ⅷ})$ ， $0.3(\text{Ⅸ})$ ，平均值 $c_z = 0.35$

(2) 可液化地基，可取

$c_z = 0.35(\text{Ⅶ})$ ， $0.30(\text{Ⅷ})$ ， $0.25(\text{Ⅸ})$ ，平均值 $c_z = 0.30$

(3) 根据震害经验，基岩地基可按均匀地基情形加以调低。

## 第三章 梁式桥的地震力

### 第一节 桥 墩

#### 一、等 截 面 墩

一座建在坚硬地基上的独立桥墩可看作如图 3.1 所示的伸臂结构。

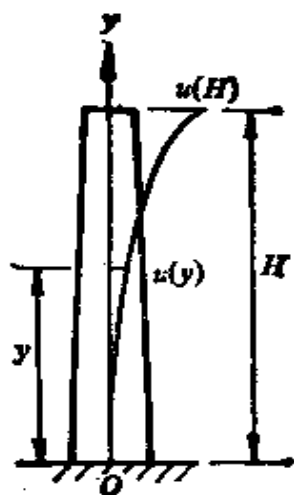


图3.1 桥墩简图

由达朗贝尔原理，受弯梁的动力方程为

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( EI \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = - \frac{\rho A}{g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

对等截面墩

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = - \frac{\rho A}{g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

式中  $u(y, t)$  —— 梁的横向位移；

$EI$  —— 梁的弯曲刚度；

$\rho A/g$  —— 梁每单位长度的质量。

引入无量纲系数  $\xi = y/H$ ，方程(3.1)化为

$$\frac{\partial^4 u}{\partial \xi^4} + \frac{\rho A H^4}{EI g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (3.2)$$

方程(3.2)的解可写为

$$u(\xi, t) = Y(\xi) \cdot (A \cos \omega t + B \sin \omega t) \quad (3.3)$$

将式(3.3)代入(3.2)得

$$Y^4(\xi) - \gamma^4 Y(\xi) = 0 \quad (3.4)$$

式中

$$\gamma^4 = \frac{\rho A}{g} \frac{\omega^2 H^4}{EI}$$

方程(3.4)的解是

$$Y(\xi) = A \operatorname{ch} \gamma \xi + B \operatorname{sh} \gamma \xi + C \cos \gamma \xi + D \sin \gamma \xi \quad (3.5)$$

解式(3.5), 用克雷洛夫函数重写为

$$Y(\xi) = AY_1(\xi) + BY_2(\xi) + CY_3(\xi) + DY_4(\xi) \quad (3.6)$$

式中  $Y(\xi) = \frac{1}{2}(\operatorname{ch} \gamma \xi + \cos \gamma \xi)$

$$Y_2(\xi) = \frac{1}{2\gamma}(\operatorname{sh} \gamma \xi + \sin \gamma \xi)$$

$$Y_3(\xi) = \frac{1}{2\gamma^2}(\operatorname{ch} \gamma \xi - \cos \gamma \xi)$$

$$Y_4(\xi) = \frac{1}{2\gamma^3}(\operatorname{sh} \gamma \xi - \sin \gamma \xi)$$

根据柯希条件

$$\left. \begin{aligned} Y_1(0) &= 1 & Y_1'(0) &= 0 & Y_1''(0) &= 0 & Y_1'''(0) &= 0 \\ Y_2(0) &= 0 & Y_2'(0) &= 1 & Y_2''(0) &= 0 & Y_2'''(0) &= 0 \\ Y_3(0) &= 0 & Y_3'(0) &= 0 & Y_3''(0) &= 1 & Y_3'''(0) &= 0 \\ Y_4(0) &= 0 & Y_4'(0) &= 0 & Y_4''(0) &= 0 & Y_4'''(0) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

式(3.6)中的系数A, B, C, D由桥墩上下两端的边界条件确定。

对于如图3.1所示的伸臂梁, 下端( $\xi=0$ )为固定, 由 $Y(0)=0$ ,  $Y'(0)$ , 可得 $A=B=0$ ; 上端( $\xi=1$ )为自由, 由 $Y''(1)=0$ ,  $Y'''(1)=0$ , 可得出频率方程

$$\cos \gamma \cdot \operatorname{ch} \gamma = -1 \quad (3.8)$$

由方程(3.8)可解出频率系数 $\gamma_j$ , 其中的前五个低频的 $\gamma_j$  ( $j=1-5$ )值如表3.1。

将 $\gamma_j$ 代入式(3.4), 可求出等截面墩的自振周期 $T_j$ :

表3.1

伸臂梁频率系数 $\gamma_j$ 

$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$	$\gamma_5$
1.875	4.694	7.855	10.998	14.137

$$T_j = \frac{2\pi}{\gamma_j^2} \sqrt{\frac{\rho A H^4}{EI g}} \quad (3.9)$$

将 $\gamma_j$ 值代入边界条件方程确定系数 $C$ 、 $D$ 之间的比值，再代入式(3.6)即可求出与 $\gamma_j$ 相应的振型。其中第一振型( $j=1$ )可以很精确地用余弦函数 $\left(1 - \cos \frac{\pi y}{2H}\right)$ 来描述。

各阶振型的有关自振特性参数确定以后，就可以对确定的地震输入分别求得各振型的时程反应，然后按时间将各振型反应叠加得出总的时程反应；或根据反应谱理论分别求得各振型的最大反应及最大地震力，然后将各振型最大反应进行适当的组合，例如取各振型内力或位移的平方和的方根作为设计依据。

**【例3.1】** 混凝土墩高 $H=14\text{m}$ ，等截面 $d_0 \times h_0 = 4 \times 2\text{m}$ ，弹性模量 $E=1.96 \times 10^7 \text{kN/m}^2$ ，容重 $\gamma=23.52 \text{kN/m}^3$ 。地震烈度Ⅱ，Ⅰ类场地。按《公路规范》求地震力。

**【解】** 由式(3.9)，基本周期 $T_1$ 为

$$T_1 = \frac{2\pi}{1.875^2} \sqrt{\frac{23.52 \times 4 \times 2 \times 14^4}{1.96 \times 10^7 \times \frac{1}{12} \times 4 \times 2^3 \times 9.81}} = 0.2\text{s}$$

前五个自振周期如表3.2(单位：s)。

于是可分别求出各振型荷载，然后进行组合。

《公路规范》规定可仅考虑基本振型荷载。取 $T_1=0.2\text{s}$ ， $\mu=0.05$ ，由设计反应谱图2.7，对Ⅰ类场地，查得 $\beta=2.25$ 。

表3.2

$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$
0.2	0.03	0.01	0.096	0.004

$$\psi_1(y) = \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H} \right)$$

$$M_1^* = 0.226mH$$

$$\mathcal{L}_1 = 0.364mH$$

$$\text{地震力 } q(y) = K_H \beta \psi_1(y) \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} w$$

$$= 0.2 \times 2.25 \times \frac{0.364}{0.226} \times 4 \times 2 \times 23.52 \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H} \right)$$

$$= 136.37 \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H} \right) \text{ kN/m}$$

$$\begin{aligned} \text{基底剪力 } Q &= K_H \beta g \frac{\mathcal{L}_1^2}{M_1^*} = 0.2 \times 2.25 g \times \frac{0.364^2}{0.226} \times 4 \times 2 \times 14 \\ &\times 23.52/g = 694.96 \text{ kN} \end{aligned}$$

《公路规范》规定：设计地震力应考虑重要性系数 $c_1$ 和综合影响系数 $c_2$ ，取 $c_1 = 1$ ， $c_2 = 0.35$ ，则

$$\text{设计地震力 } q(y) = 1 \times 0.35$$

$$\times 136.37 \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H} \right) = 47.73 \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H} \right) \text{ kN/m}$$

$$\text{设计基底剪力 } Q = 1 \times 0.35 \times 694.96 = 243.24 \text{ kN}$$

## 二、变截面墩

高桥墩常采用随高度逐渐缩小的截面，分单坡式和双坡式。对于这样的变截面伸臂梁（图3.1），Housner 对此进行过计算分析，他引入两个参数：

$$h = h_H/h_0, \quad d = d_H/d_0 \quad (3.10)$$

式中  $d_0, h_0$ ——矩形截面墩的底部宽度和厚度；

$d_H, h_H$ ——顶部宽度和厚度。

当  $h = d = 1$  时为等截面墩； $h = d = 0$  时为角锥体。计算分析结果表明：桥墩沿厚度方向振动时，变截面墩第一频率受  $d$  值变化的影响较小，在  $0.3 < d < 1.0$  的广泛范围内，第一频率的变化很小。第一频率受  $h$  值变化的影响虽较大，但当  $h > 0.6$  时其影响已明显减少。截面变化对于第一振型的影响也是这样，而且  $d$  和  $h$  在上述取值范围内的第一振型与等截面情形的余弦函数的近似程度都是令人满意的。但对于高阶频率，反映截面变化的两个参数  $d, h$  的影响都较明显。

考虑到桥墩截面收坡的实际情况，无论是单坡式或多坡式，截面的  $d, h$  两个参数大都在  $1.0 \sim 0.5$  的范围内，所以对这样的变截面墩，作为一种近似方法，可以根据墩身的底截面尺寸按等截面墩来计算其第一频率，而第一振型也同样可采用余弦函数  $\left(1 - \cos \frac{\pi y}{2H}\right)$  来描述。至于在此范围之外的变截面墩，通常是将其离散化为若干个聚点质量，按多质点系来求解自由振动方程组。

**【例3.2】** 如图3.1，参照例3.1，取墩高  $H = 14\text{m}$ ，底截面  $d_0 \times h_0 = 4\text{m} \times 2\text{m}$ ，顶截面  $d_H \times h_H = 3\text{m} \times 1.5\text{m}$ ，变截面系数  $d = 0.75, h = 0.75$ ，其余参数与例3.1同。求地震力。

**【解】** 根据 Housner 的计算资料，变截面悬臂梁的自振圆频率为

$$\begin{aligned} \omega_j^2 &= \Omega_j^2 \frac{EI_0 g}{\rho A_0 H^4} = \Omega_j^2 \frac{1.96 \times 10^7 \times \frac{1}{12} \times 4 \times 2^3 \times 9.81}{23.52 \times 4 \times 2 \times 14^4} \\ &= 70.9 \Omega_j^2 \quad 1/\text{s}^2 \end{aligned}$$

当  $d = h = 0.75$  时  $\Omega_1^2 = 15, \Omega_2^2 = 440, \Omega_3^2 = 3200$

可得 $\omega_1 = 32.6 \text{ 1/s}$ ,  $\omega_2 = 176.7 \text{ 1/s}$ ,  $\omega_3 = 476.4 \text{ 1/s}$  或  $T_1 = 0.19\text{s}$ ,  
 $T_2 = 0.036\text{s}$ ,  $T_3 = 0.013\text{s}$

根据《公路规范》，仅考虑基本振型荷载。取  $T_1 = 0.19\text{s}$ ,  $\mu = 0.05$ , I 类场地，查得  $\beta = 2.25$ 。设  $\psi_1(y) = \left(1 - \cos \frac{\pi y}{2H}\right)$ ，并将桥墩等分为10段，按10质点系作如表3.3的计算：

表3.3

$\xi = y/H$	$\psi_1(y)$	$w_i$ (kN)	$\frac{w_i}{g} \psi_1^2(y)$ (kN·s <sup>2</sup> /m)	$\frac{w_i}{g} \psi_1(y)$ (kN·s <sup>2</sup> /m)	$q(y)$ (kN/m)	$Q(y)$ (kN)
1	1	74.09	7.55	7.55	56.1	56.1
0.9	0.84	157.8	11.37	13.52	106.2	156.2
0.8	0.69	168.6	8.13	11.86	87.9	244.2
0.7	0.55	179.3	5.49	10.03	74.6	318.7
0.6	0.41	190.1	3.23	7.94	58.9	377.6
0.5	0.29	201.9	1.76	5.98	44.3	421.9
0.4	0.19	213.6	0.78	4.12	30.7	452.6
0.3	0.11	225.4	0.29	2.55	18.7	471.3
0.2	0.05	238.1	0.06	1.18	9.0	480.3
0.1	0.012	250.9	0.003	0.29	2.2	482.6
0	0	131.3	0	0	0	482.6

由表3.3所列资料得

$$M_1^* = \sum_{i=1}^{10} \frac{w_i}{g} \psi_1^2(y) = 38.66 \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$\mathcal{L}_1 = \sum_{i=1}^{10} \frac{w_i}{g} \psi_1(y) = 65.08 \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$\text{地震力 } q(y) = K_H \beta \psi_1(y) \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} w_i = 0.2 \times 2.25 \times \frac{65.08}{38.66} \left( 1 - \right.$$

$$\left. \cos \frac{\pi y}{2H} \right) w_i = 0.756 \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H} \right) w_i \text{ kN/m}$$

$$\text{基底剪力 } Q_0 = \sum_{i=1}^{10} q(y) = 482.6 \text{ kN}$$

取  $c_r = 1.0$ ,  $c_z = 0.35$  得

$$\text{设计地震力 } q(y) = 1 \times 0.35 \times 0.756 \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H} \right) w_i$$

$$= 0.26 \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H} \right) w_i \text{ kN/m}$$

$$\text{设计基底剪力 } Q_0 = 1 \times 0.35 \times 482.6 = 168.9 \text{ kN}$$

### 三、上部结构质量的影响

桥梁结构的一个特点是上部结构的自重通常都很大。在建立梁式桥的动力计算简图时要把一孔梁的质量作为聚点质量放在设置铰支座(固定支座)的墩顶。这样就形成一个头重脚轻的倒摆式体系。在求解自振方程时,上部结构质量的影响可通过改变伸臂梁的顶端条件来完成。

对于等截面墩,由解式(3.6)取墩顶( $\xi=1$ )的条件为

$$\left. \begin{aligned} Y''(1) &= CY_3''(1) + DY_4''(1) = 0 \\ \frac{EI}{H^3} [CY_3''(1) + DY_4''(1)] &= -\omega^2 M_0 [CY_3(1) + DY_4(1)] \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

式中  $M_0$ ——上部结构的质量(可包括桥面系的质量在内)。

引入关系式(3.7),得出频率方程为

$$(1 + \cos \gamma \cdot \operatorname{ch} \gamma) - \alpha \gamma (\sin \gamma \cdot \operatorname{ch} \gamma - \cos \gamma \cdot \operatorname{sh} \gamma) = 0 \quad (3.12)$$



式中 $\alpha$ ——上部结构与墩体的重量比,

$$\alpha = \frac{M_0 g}{\rho A H} \quad (3.13)$$

从式(3.12)解出 $\gamma_j$ 值,按式(3.9)确定结构的自振周期。将 $\gamma_j$ 值代入式(3.11)的任一式,确定系数比

$$\frac{C}{D} = -\frac{1}{\gamma_j} \cdot \frac{\operatorname{sh} \gamma_j + \sin \gamma_j}{\operatorname{ch} \gamma_j + \cos \gamma_j} \quad (3.14)$$

然后由式(3.6)求出振型。

取重量比 $\alpha = 1$ 和 $\alpha = 1/2$ 两种情形来进行分析。前者适用于中高实体墩和钢筋混凝土梁的组合,后者属高墩情形。将所取 $\alpha$ 值代入式(3.12),计算出前五个低频的 $\gamma_j$ 值如表3.4,并可由此算出相应的振型。

表3.4 考虑上部结构质量时的 $\gamma_j$ 值

$\gamma_j$ $\alpha$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$	$\gamma_5$
0	1.875	4.694	7.855	10.996	14.137
1/2	1.420	4.111	7.190	10.298	13.421
1	1.248	4.033	7.134	10.257	13.388
下端固定 上端简支	3.927	7.069	10.210	13.352	16.493

从计算结果可看出:第一频率的 $\gamma_1$ 值比没有上部结构存在时( $\alpha = 0$ )的自由墩顶情形低,比值 $\alpha$ 愈大,降低愈多。但两种情况的第一振型的差别很小,都很接近于余弦函数 $\left(1 - \cos \frac{\pi y}{2H}\right)$ 。把这些低频 $\gamma_j$ 值与下端固定、上端简支的超静定梁的相应前五个低频(列于表3.4最下行)相对比,可看到一个有趣的事实:考虑上

部结构质量时梁的高阶频率( $j \geq 2$ )分别与下端固定、上端简支的梁的较低一阶频率很接近,而且比值 $\alpha$ 愈大或是高频的阶数愈高,则接近的程度愈高。与此相适应,高阶振型也是一一相接近的,例如有上部结构存在时的第二振型接近于下端固定、上端简支梁的第一振型,第三振型接近于第二振型等等。高阶频率和振型的这种近似性说明:由于上部结构质量的存在,当桥墩作高阶振型振动时,墩顶已接近于一个相对于基底的不动点。这个特点对我们以后讨论简支梁桥和连拱桥带来很大方便。这个原理自然可推广到变截面墩情形。

由此可得出结论:上部结构质量的存在降低了自由墩顶桥墩的第一频率,但第一振型的变化很小。由于上部结构质量的影响,高阶频率及其振型可近似地按相同墩身尺寸但下端固定、上端简支的伸臂梁的较低一阶振型来求解。

**【例3.3】** 混凝土墩高 $H = 12\text{m}$ ,底截面 $d_0 \times h_0 = 4\text{m} \times 2\text{m}$ ,顶截面 $d_H \times h_H = 3\text{m} \times 1.5\text{m}$ ,变截面系数 $d = 0.75, h = 0.75$ ,其余参数与例3.2同。上部结构为钢筋混凝土梁,跨度 $L = 24\text{m}$ ,孔重(包括桥面系)  $2254\text{kN}$ 。(1)输入图2.3迁安记录,求地震时程反应和最大地震力。(2)地震烈度Ⅷ,按《公路规范》求地震力。

**【解】** 1. 时程分析法

(1) 按变截面墩:沿墩高等分为10段,按10质点系用直接积分法求解地震时程反应,其中墩顶加速度反应如图3.2a所示。

(2) 按等截面墩:以墩底截面为准,按上述同样步骤求解地震时程反应,其中墩顶加速度时程反应如图3.2b所示。

由图可得:当 $t = 2.54\text{s}$ 时,  $S_a = 4.84\text{m/s}^2$ (按变截面)

当 $t = 2.54\text{s}$ 时,  $S_a = 4.71\text{m/s}^2$ (按等截面)

由此可算出墩顶位移、基底剪力和弯矩如下:

按变截面:  $S_d = 17.9\text{mm}$   $Q_0 = 1466.1\text{kN}$   $M_0 = 15611.4\text{kN} \cdot \text{m}$

按等截面:  $S_d = 14.7\text{mm}$   $Q_0 = 1508.2\text{kN}$   $M_0 = 16317\text{kN} \cdot \text{m}$

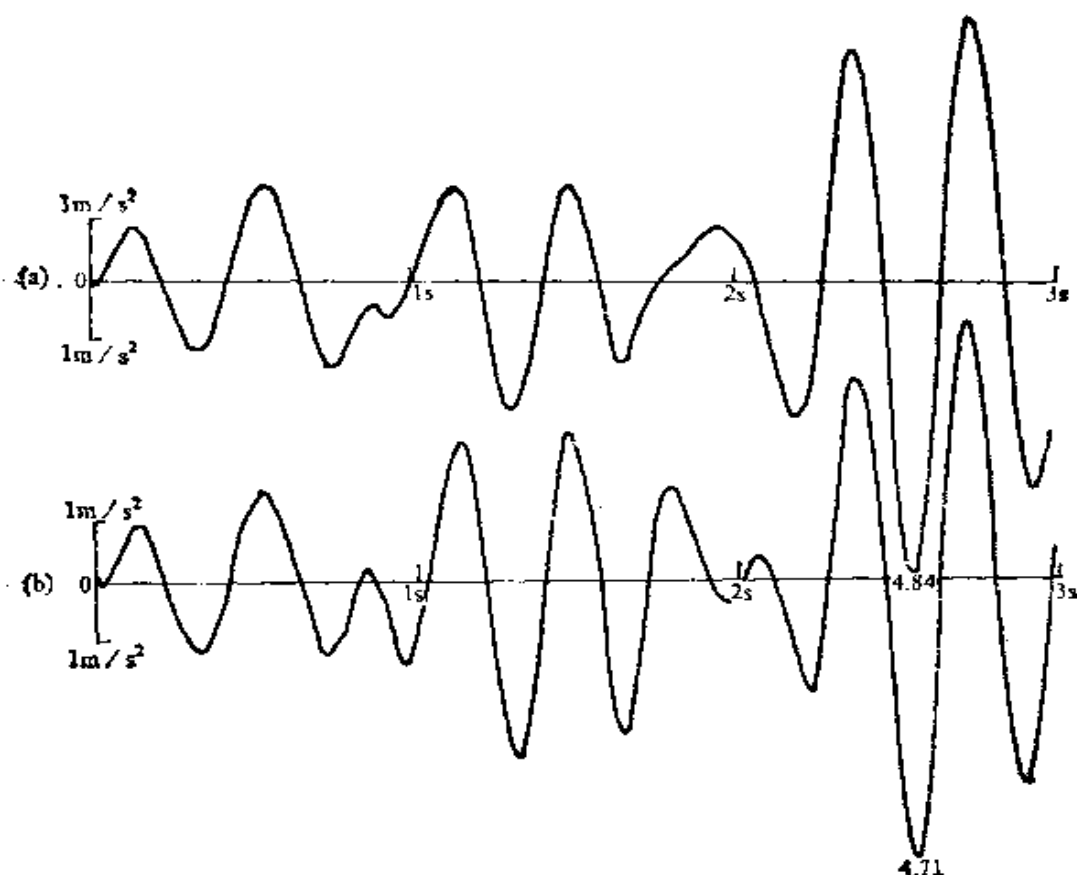


图3.2 墩顶加速度反应

(a)变截面墩；(b)等截面墩

两个模型的地震加速度反应具有相似的波形，最大反应加速度之间的差异也很小，可见以等截面墩来替代变截面墩求解地震反应在所述变截面系数范围内是可行的。

以上解答采用直接积分法，可认为是地震反应的精确解。

## 2. 反应谱法

以底截面尺寸为准按等截面墩求基本周期：

$$a = \frac{M_0 g}{\rho A H} = \frac{2254}{23.52 \times 4 \times 2 \times 12} = 1$$

代入式(3.12)求解 $\gamma_1$ ，或由表3.2查出 $\gamma_1$ ，得

$$\gamma_1 = 1.248$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\gamma_1^2} \sqrt{\frac{\rho A H^4}{EI g}} = \frac{2\pi}{1.248^2} \sqrt{\frac{23.52 \times 4 \times 2 \times 12^4}{1.96 \times 10^7 \times \frac{1}{12} \times 4 \times 2^3 \times 9.81}}$$

$$= 0.35s$$

按实际变截面墩计算得出  $T_1 = 0.38s$

按《公路规范》，取  $T_1 = 0.35s$ ， $\mu = 0.05$ ，I类场地，查出

$$\beta = 2.25 \times \left( \frac{0.2}{0.35} \right)^{1.00} = 1.286$$

设  $\psi_1(y) = 1 - \cos \frac{\pi y}{2H}$ ，按10质点系作如表3.5的计算。

由表3.5所列资料得

$$M_1^* = \sum_{i=1}^{10} \frac{w_i}{g} \psi_1^2(y) = 262.92 \text{ kN} \cdot \text{s}^2 / \text{m}$$

$$\mathcal{L}_1 = \sum_{i=1}^{10} \frac{w_i}{g} \psi_1(y) = 285.5 \text{ kN} \cdot \text{s}^2 / \text{m}$$

$$\text{地震力 } q(y) = K_H \beta \psi_1(y) \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} w_i = 0.2 \times 1.286 \times \frac{285.5}{262.92}$$

$$\times \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H} \right) w_i = 0.279 \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H} \right) w_i \text{ kN/m}$$

基底剪力  $Q_0 = 781.6 \text{ kN}$

基底弯矩  $M_0 = 8861.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$

墩顶有效加速度  $\ddot{u}_s = 0.279 \times 9.81 = 2.74 \text{ m/s}^2$

墩顶位移  $v = \ddot{u}_s / \omega_1^2 = 2.74 / \left( \frac{2\pi}{0.35} \right)^2 = 0.0085 \text{ m} = 8.5 \text{ mm}$

以上计算结果表明：反应谱分析结果（烈度Ⅲ， $K_H = 0.2$ ）比时程分析法结果（迁安记录， $A_{\max} = 0.15g$ ）要小很多，这显然不是

表3.5

$\xi=y/H$	$\psi_1(y)$	$w_i$ (kN)	$\frac{w_i}{g} \cdot \psi_1^2(y)$ (kN·s <sup>2</sup> /m)	$\frac{w_i}{g} \cdot \psi_1(y)$ (kN·s <sup>2</sup> /m)	$q(y)$ (kN/m)	$Q(y)$ (kN)	$M(y)$ (kN·m)
1	1	2317.5	236.18	233.18	646.60	646.60	0
0.9	0.84	135.6	9.75	11.61	31.75	678.4	776.0
0.8	0.69	144.6	7.02	10.16	27.83	706.2	1590.0
0.7	0.55	153.7	4.73	8.61	23.62	729.8	2437.4
0.6	0.41	163.2	2.79	6.82	18.62	748.4	3313.2
0.5	0.29	172.9	1.48	5.11	14.01	762.4	4211.3
0.4	0.19	182.9	0.68	3.54	9.70	772.1	5126.2
0.3	0.11	193.2	0.24	2.17	5.88	778.0	6052.8
0.2	0.05	203.7	0.05	1.04	2.84	780.9	6986.4
0.1	0.012	214.6	0.003	0.26	0.69	781.6	7923.3
0	0	112.9	0	0	0	781.6	8861.2

由于自振周期的误差(近似解 $T_1 = 0.35\text{s}$ , 精确解 $T_1 = 0.38\text{s}$ )带来的影响, 而是由于这一特定的结构( $T_1 = 0.35\text{s}$ )和特定的地震(迁安记录 $T_r = 0.3\text{s}$ )使实际的动力放大系数达到 $\beta = (4.71 - 4.84) / (0.15 \times 9.81) = 3.2 - 3.3$ 。而《公路规范》的设计反应谱上限值 $\beta_{\max} = 2.25$ , I类场地 $T_r = 0.2\text{s}$ 。对于本例, 设计反应谱值 $\beta = 1.286$ , 故其结果远低于时程分析法。

本例未引入重要性系数和综合影响系数以求设计地震荷载。下同。

#### 四、轻 型 墩

当采用轻型柔性墩, 例如钢结构墩、钢筋混凝土构架墩时, 由于墩身的质量比上部结构的质量要小得多, 此时, 桥墩体系可按单自由度系统计算, 而桥墩的质量可折算为墩顶聚点质量, 而与上部结构叠加起来。对于等截面墩, 其值为

$$\bar{M}_r = \int_0^H m(y) \cdot \psi_1^2(y) dy = m \int_0^H \left(1 - \cos \frac{\pi y}{2H}\right)^2 dy = 0.226mH \quad (3.15)$$

或偏大一些, 近似地取折算系数 $\eta = 1/4$ 。

**【例3.4】** 钢筋混凝土构架墩高 $H = 8\text{m}$ , 墩体总重 $W_r = 784\text{kN}$ , 墩顶推力刚度 $K_r = 15386\text{kN/m}$ , 梁跨 $L = 24\text{m}$ , 跨重 $W_k = 2254\text{kN}$ , 地震烈度Ⅷ, I类场地。求地震力。

**【解】** 墩顶聚点重量

$$W = W_k + \frac{1}{4}W_r = 2254 + \frac{1}{4} \times 784 = 2450\text{kN}$$

$$\text{自振圆频率 } \omega = \sqrt{K/M} = \sqrt{\frac{15386}{2450/9.8}} = 7.85 \text{ 1/s}$$

$$\text{自振周期 } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{7.85} = 0.8\text{s}$$

根据《公路规范》，取  $T = 0.8s$ ， $\mu = 0.05$ ，对 I 类场地，得

$$\beta = 2.25 \times \left( \frac{0.3}{0.8} \right)^{0.98} = 0.86$$

墩顶有效加速度  $\ddot{u}_e = K_H \beta g = 0.2 \times 0.86g = 0.172g = 1.687m/s^2$

地震力(基底剪力)  $Q_0 = M\ddot{u}_e = \frac{2450}{g} \times 0.172g = 421.4kN$

基底弯矩  $M_0 = Q_0 H = 421.4 \times 8 = 3371.2kN \cdot m$

## 五、地基变形的影响<sup>1)</sup>

地震时地震波通过地基传递给桥梁，引起桥梁结构的振动。桥梁结构的振动又反馈给地基，影响地基的运动特征。这一相互作用的反复过程包含许多不确定性因素，使得地震反应的计算非常复杂。抗震设计规范一般只反映地基静变形对结构的影响。

桥墩仍视为伸臂结构，上部结构重量凝聚于墩顶，以基础或承台顶面的平移及转角来反映地基变形对桥墩自振特性的影响。

在地震反应分析中，多数情况下低振型的反应是主要的，故抗震设计规范中一般只考虑基本振型的贡献。根据桥梁结构的特点，桥墩所受地震力主要发生在墩顶，所以基本振型的确定一般以墩顶作用一水平集中力产生的挠曲变形曲线来近似，此挠曲变形由地基变形及墩身变形组成。

### 1. 地基变形

采用  $m$  法计算。假定土为弹性介质，土的压缩性由地基系数表示，地基系数随深度成正比增长。基础与土之间的粘着力和摩阻力忽略不计。

---

1) 本节由黄龙生撰写。

如图3.3, 假定基础是刚性的, 其计算宽度为 $b_1$ , 在作用力方向的计算长度为 $d$ 。当墩顶作用一水平力 $P$ 时, 在墩表或局部冲刷

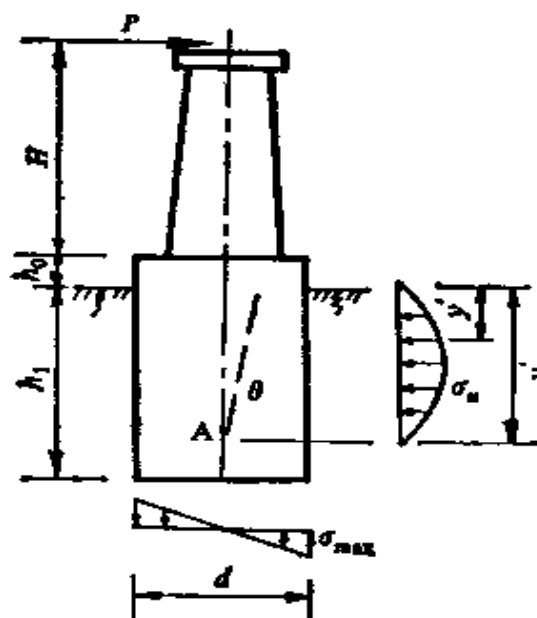


图3.3 桥墩基础受力简图

线处基础便受到剪力 $P$ 和弯矩 $M = P(H + h_0)$ 的作用。设基础的转角为 $\theta$ , 旋转中心在A, 则深度 $y'$ 处基础的

$$\left. \begin{aligned} \Delta u' &= (y_0^2 - y'^2) \text{tg} \theta \approx (y_0^2 - y'^2) \theta \\ \sigma_u &= \Delta u' c_{re} \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

式中 $c_{re}$ ——深度 $y'$ 处的水平地基系数,  $c_{re} = m y'$ 。

若令 $c' = m h_1$ 为深度 $h_1$ 处的水平地基系数, 则

$$\left. \begin{aligned} c_{re} &= m y' = \frac{c'}{h_1} y' \\ \sigma_u &= \Delta u' c_{re} \approx (y_0^2 - y'^2) y' \left( \frac{c'}{h_1} \right) \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

基础底面的最大竖向压应力 $\sigma_{max}$ 为

$$\sigma_{max} = c_0 \frac{d}{2} \text{tg} \theta \approx c_0 \frac{d}{2} \theta \quad (3.18)$$

式中 $c_0$ ——深度 $h_1$ 处(即基础底面)的竖向地基系数,  $c_0 = m_0 h_1$ , 其中 $m_0$ 为竖向地基系数随深度变化的比例系数。

当 $h_1 \leq 10\text{m}$ 时, 竖向抗力几乎没有变化, 可取 $c_0 = m_0 h_1 = 10 m_0$ ; 当 $h_1 > 10\text{m}$ 时, 竖向抗力与水平抗力相近, 可取 $c_0 = m_0 h_1 = m h_1$ 。

根据力的平衡条件得



$$\left. \begin{aligned} P - \int_0^{h_1} \sigma_x b_1 dy' &= 0 \\ P - b_1 \theta \left( y_0' \frac{c'h_1}{2} - \frac{c'h_1^2}{3} \right) &= 0 \\ M + \int_0^{h_1} \sigma_x b_1 y' dy' - W_0 \sigma_{\max} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.19a)$$

$$M + b_1 \theta \left( y_0' \frac{c'h_1^2}{3} - \frac{c'^2 h_1^3}{4} \right) - W_0 c_0 \frac{d}{2} \theta = 0 \quad (3.19b)$$

式中  $W_0$ ——基础底面的抵抗矩。

由式(3.19)联立解得基础转角为

$$\theta = \frac{12(3M + 2Ph_1)}{b_1 m h_1^4 + 18c_0 d W_0} \quad (3.20)$$

基础旋转中心A的位置为

$$y_0' = \frac{b_1 m h_1^3 (4M + 3Ph_1) + 6Pc_0 d W_0}{2b_1 m h_1^2 (3M + 2Ph_1)} \quad (3.21)$$

于是,基础或承台顶面的变形为转角 $\theta$ 及水平位移 $u_0 = (y_0' + h_0)\theta$ 。

基础的计算尺寸、地基的比例系数、多层土比例系数的计算以及不同类型基础的变形计算公式,在《公路桥涵地基基础设计规范(JTJ024-85)》中都有明确规定,可参照进行计算或取值。

## 2. 墩的变形

墩身可视为固定于基础或承台顶面的伸臂梁,在墩顶作用一力 $P$ ,则墩身的挠曲变形 $\Delta u$ 为

$$\Delta u = [Py^2/(6EI)](3H - y) \quad (3.22)$$

式中 $H$ ——墩高;

$y$ ——自墩底起算的纵坐标。


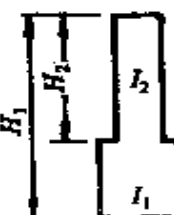

当墩为等截面时,弯曲刚度 $EI$ 为常数;当墩为变截面时,截面惯性矩 $I$ 为变数。为了简化计算,对于变截面墩,可根据墩顶位移相等的原则换算成等截面墩,其等效截面惯性矩 $I_e$ 按下式计算:

$$I_e = \frac{H^3}{3 \int_0^H \frac{y^2}{I(y)} dy} \quad (3.23)$$

式中  $I(y)$  ——坐标  $y$  处墩身截面惯性矩。

典型截面的  $I_e$  可按表 3.6 计算。

表 3.6 等效截面惯性矩  $I_e$

	$\frac{1}{I(y)} = ay^2 + by + c$	$a = H_2/H_1$	$a_i = H_i/H_1$
$I(y)$			
$I_e$	$\frac{1}{I_e} = \frac{0.45}{I_1} + \frac{0.6}{I_2} + \frac{0.05}{I_3}$	$\frac{1}{I_e} = \frac{1-a^3}{I_1} + \frac{a^3}{I_2}$	$\frac{1}{I_e} = \sum_i \frac{a_i^3 - a_{i-1}^3 + 1}{I_i}$

显然，考虑地基变形的影响，墩的总位移  $u$  应写为

$$u = u_0 + y\theta + \Delta u \quad (3.24)$$

### 3. 基本振型

墩的基本振型表示为

$$\psi = \psi(y) = \frac{u}{u_0} \quad (3.25)$$

式中  $u_0$  ——墩顶的总位移。

位于非岩石地基上的实体墩，因地基变形引起的平移及转动位移在墩的总位移中占的比例很大，因此，墩的基本振型可近似为倒梯形，振型函数为

$$\psi = \psi_0 + \frac{1 - \psi_0}{H} y \quad (3.26)$$

式中  $\psi_0$ ——基础或承台顶面的振型位移值,  $\psi_0 = \frac{u_0}{u_s}$ ;

$H_s$ ——墩的计算截面的高程。

当实体墩的高宽比  $H/B < 5$  时,《公路规范》规定,必须考虑墩身剪切变形的影响,基本振型取三次根的函数,即

$$\psi = \psi_0 + (1 - \psi_0) \sqrt[3]{H_s/H} \quad (3.27)$$

对于柔性墩,因其弯曲变形大,基本振型可用双折线近似,即

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq y \leq \frac{H}{2} \text{ 时, } \psi &= \psi_0 + \frac{2(\psi_s - \psi_0)}{H^2} y \\ \frac{H}{2} < y \leq H \text{ 时, } \psi &= \psi_s + \frac{2(1 - \psi_s)}{H^2} \left( y - \frac{H}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

式中  $\psi_s$ ——墩身半高处的振型位移值,  $\psi_s = u_s/2/u_s$ 。

**【例3.5】** 混凝土墩,墩高  $H = 8.5\text{m}$ , 沉井基础,井深  $24\text{m}$ , 位于软塑粘性土地基上。求桥墩的基本振型。

**【解】** 墩身  $E = 2.94 \times 10^7 \text{kN/m}^2$ ,  $I = 39.85 \text{m}^4$

按《公路桥涵地基基础设计规范(JTJ024-85)》,设墩顶作用一水平力  $P = 9.8 \text{kN}$ , 沉井顶面的平移和转角为

$$u_0 = 0.05 \times 10^{-4} \text{m}$$

$$\theta = 0.00425 \times 10^{-4}$$

墩身位移

$$\begin{aligned} \Delta u &= \frac{Py^2}{6EI} (3H - y) = \frac{9.8y^2}{702954} (25.5 - y) \times 10^{-4} \\ &= \frac{y^2}{71730} (25.5 - y) \times 10^{-4} \end{aligned}$$

墩身总位移

$$u = u_0 + y\theta + \Delta u$$

墩顶总位移

$$\begin{aligned} u_s &= u_0 + H\theta + \Delta u \\ &= 0.05 \times 10^{-4} + 8.5 \times 0.00425 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$+ \frac{8.5^2}{71730} (25.5 - 8.5) \times 10^{-4}$$

$$= 0.103 \times 10^{-4} \text{m}$$

基本振型

$$\psi = \frac{u}{u_s} \quad (\text{表3.7})$$

表3.7

$y/H$	$\psi$	$\psi^*$
1.00	1.000	1.000
0.75	0.852	0.874
0.50	0.711	0.742
0.25	0.586	0.613
0	0.484	0.484

注:  $\psi^*$ 系按式(3.26)算出。

**【例3.6】** 混凝土墩,墩高  $H = 5.3\text{m}$ ,其余参数同例3.5。求桥墩的基本振型。

**【解】** 设墩顶作用一水平力  $P = 9.8\text{kN}$ ,算得

$$\text{沉井顶面 } u_0 = 0.0491 \times 10^{-4} \text{m}$$

$$\theta = 0.0035 \times 10^{-4}$$

$$\text{墩身位移 } \Delta u = \frac{9.8y^2}{702954} (15.9 - y) \times 10^{-4}$$

$$= \frac{y^2}{71730} (15.9 - y) \times 10^{-4}$$

$$\text{墩身总位移 } u = u_0 + y\theta + \Delta u$$

$$\text{墩顶总位移 } u_s = 0.0718 \times 10^{-4} \text{m}$$

$$\text{基本振型 } \psi = \frac{u}{u_s} \quad (\text{表3.8})$$

表3.8

$y/H$	$\psi$	$\psi^*$
1.00	1.000	1.000
0.75	0.914	0.971
0.50	0.831	0.943
0.25	0.753	0.883
0	0.684	0.684

注:  $\psi^*$ 系按式(3.27)算出。

**【例3.7】** 单排桩基 $2\phi 1.5\text{m}$ , 入土深 $20\text{m}$ , 承台厚 $2\text{m}$ , 双柱墩高 $H = 10\text{m}$ , 硬塑粘性土地基。求墩的基本振型。

**【解】** 墩身 $E = 2.94 \times 10^7 \text{kN/m}^2$ ,  $I = 2 \times 0.25 = 0.5\text{m}^4$

设墩顶作用一水平力 $P = 9.8\text{kN}$ , 算得

$$\text{承台顶面} \quad u_0 = 3.671 \times 10^{-4} \text{m}$$

$$\theta = 0.538 \times 10^{-4}$$

$$\text{墩身位移} \quad \Delta u = -\frac{9.8y^2}{8820} (30 - y) \times 10^{-4}$$

$$= -\frac{y^2}{900} (30 - y) \times 10^{-4}$$

$$\text{墩身总位移} \quad u = u_0 + y\theta + \Delta u$$

$$\text{墩顶总位移} \quad u_s = 11.271 \times 10^{-4} \text{m}$$

$$\text{基本振型} \quad \psi = \frac{u}{u_s} \quad (\text{表3.9})$$

**【例3.8】** 双排桩基 $4\phi 1.2\text{m}$ , 入土深 $13\text{m}$ , 承台厚 $2\text{m}$ , 双柱墩高 $H = 20\text{m}$ , 硬塑粘性土地基。求墩的基本振型。

**【解】** 墩身 $E = 2.94 \times 10^7 \text{kN/m}^2$ ,  $I = 2 \times 0.25 = 0.5\text{m}^4$

设墩顶作用一水平力 $P = 9.8\text{kN}$ , 算得

$$\text{承台顶面} \quad u_0 = 4.644 \times 10^{-4} \text{m}$$

表3.9

$y/H$	$\psi$	$\psi^*$
1.00	1.000	1.000
0.75	0.808	0.813
0.50	0.626	0.626
0.25	0.462	0.499
0	0.373	0.373

注:  $\psi^*$ 系按式(3.28)算出。

$$\theta = 1.399 \times 10^{-4}$$

$$\text{墩身位移} \quad \Delta u = \frac{9.8y^2}{8820} (60 - y) \times 10^{-4}$$

$$= \frac{y^2}{900} (60 - y) \times 10^{-4}$$

$$\text{墩身总位移} \quad u = u_0 + y\theta + \Delta u$$

$$\text{墩顶总位移} \quad u_n = 50.401 \times 10^{-4} \text{m}$$

$$\text{基本振型} \quad \psi = \frac{u}{u_n} \text{ (表3.10)}$$

表3.10

$y/H$	$\psi$	$\psi^*$
1.00	1.000	1.000
0.75	0.732	0.740
0.50	0.480	0.480
0.25	0.261	0.286
0	0.092	0.092

注:  $\psi^*$ 系按式(3.28)算出。

#### 4. 基本周期

基本振型确定之后，相应的基本周期可按下式计算，

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{G_1}{g} \cdot \delta} \quad (3.29)$$

式中  $\delta$ ——单位力作用于墩顶，在墩顶产生的总位移，

$$\delta = u_0 + H\theta + \frac{H^3}{3EI} \quad (3.30)$$

$G_1$ ——计算重量，对多自由度体系为，

$$G_1 = \sum_{i=1}^n G_i \psi_i^2 \quad (3.31)$$

对柔性墩情形，可简化为单自由度体系，此时

$$G_1 = G_{s1} + G_{s2} + \eta G_s \quad (3.32)$$

式中  $G_{s1}$ ——集中于墩顶的上部结构重量；

$G_{s2}$ ——盖梁重量；

$G_s$ ——基础或承台以上墩身重量；

$\eta$ ——墩身重量的折算系数，

$$\eta = \frac{1}{6} \left( \psi_0^2 + 2\psi_{\frac{n}{2}}^2 + \psi_{\frac{n}{2}} \psi_0 + \psi_{\frac{n}{2}} + 1 \right) \quad (3.33)$$

#### 5. 地震力

根据反应谱理论，考虑地基变形时桥墩所受的地震力为

$$P_i = K_H \beta \gamma \psi_i G_1 \quad (3.34)$$

式中  $\beta$ ——与考虑地基变形时基本周期相应的动力放大系数；

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^n G_i \psi_i}{\sum_{i=1}^n G_i \psi_i^2}$$

$\gamma$ ——相应的振型参与系数，

$\psi_i$ ——计算点  $i$  的振型位移值，按式(3.25)计算。

对柔性墩，地震力可简化为

$$P = K_H \beta G_i \quad (3.35)$$

式(3.35)中 $G_i$ 按式(3.32)计算。

**【例3.9】** 某桥墩,设计参数与例3.5同,上部结构重量 $G_{\text{上}} = 3430\text{kN}$ 。地震烈度Ⅷ,Ⅱ类场地。求墩的地震力。

**【解】** 将墩身等分为五段,各节点计算重量 $G_i$ 为

$$G_0 = 381.22\text{kN}$$

$$G_1 = G_2 = G_3 = G_4 = 763.22\text{kN}$$

$$G_5 = 3430 + 381.22 = 3811.22\text{kN}$$

按式(3.26)计算基本振型 $\psi_i$ 为

$$\psi_0 = 0.484 \quad \psi_3 = 0.794$$

$$\psi_1 = 0.587 \quad \psi_4 = 0.897$$

$$\psi_2 = 0.690 \quad \psi_5 = 1$$

$$G_i = \sum_{i=0}^5 G_i \psi_i^2 = 5597.37\text{kN}$$

$$\delta = u_n = 0.103 \times 10^{-4}\text{m} \quad (\text{如例3.5,但} P = 9.8\text{kN})$$

所以

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{G_i}{g} \delta} = 0.154\text{s}$$

$$\beta = 2.25$$

$$\gamma = 1.12$$

地震力

$$P_i = 0.2 \times 2.25 \times 1.12 \psi_i G_i$$

$$P_0 = 93.0\text{kN} \quad P_3 = 305.8\text{kN}$$

$$P_1 = 226.4\text{kN} \quad P_4 = 345.9\text{kN}$$

$$P_2 = 226.6\text{kN} \quad P_5 = 1919.8\text{kN}$$

按《公路规范》规定,还要引入重要性系数和综合影响系数以求出设计地震力。

**【例3.10】** 某桥墩,设计参数与例3.8同,上部结构及盖梁重量 $G_{\text{上}} + G_{\text{盖}} = 3430\text{kN}$ 。地震烈度Ⅷ,Ⅱ类场地。求墩的地震力。



【解】 如例3.8,  $\delta = 50.401 \times 10^{-4} \text{m}$  (但考虑  $P = 9.8 \text{kN}$ )

墩重  $G_d = 1662.57 \text{kN}$

按式(3.33),  $\eta = 0.332$

$$G_t = 3430 + 0.332 \times 1662.57 = 3982 \text{kN}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{G_t}{g} \delta} = 2.87 \text{s}$$

$$\beta = 2.25 \left( \frac{0.45}{T} \right)^{0.95} = 0.32$$

地震力  $P = 0.2 \times 0.32 \times 3982 = 254.9 \text{kN}$

## 第二节 简支梁桥

至今, 简支梁桥仍是我国铁路桥和公路桥的基本桥型。通常是每一孔梁的一端设置铰支座 (固定支座), 另一端设置辊轴支座 (活动支座)。两种支座相间设置。于是在一座桥墩上都有一个固定支座和一个活动支座, 而相邻的这两孔梁的端部之间留有一定空隙。铁路桥的路面系一般采用钢轨、枕木、道碴系统, 于是铁路简支梁桥的相邻桥墩之间存在由于路面系形成的弹性联系, 有些公路桥, 为了改善行车条件, 还加做一层钢筋混凝土路面, 也把分离的简支梁部分地联结起来。近年来, 橡胶支座广泛使用, 它的作用不同于通常的简支梁支座, 对地震力的计算产生不同的影响。

对输入到桥梁基底的地震地面运动, 这里仅考虑水平分量, 而且按照桥梁的纵向 (线路方向) 和横向 (河流方向) 分别进行计算。

### 一、纵向地震力

#### 1. 一般情形

(1) 活动支座摩擦克服前。当多孔简支梁桥的纵向地震力较

小,不足以克服活动支座的摩擦力时,活动支座的作用与梁的另端的固定支座一样。于是,可假定地震时各墩顶的振动位移相同,全桥简化为等效的单墩体系进行计算。其中第*i*号墩顶所受纵向水平地震力根据等效系统总的地震力与按墩身刚度成比例分配的原则可写为

$$Q_i = \frac{K_i}{\sum_{i=1}^n K_i} K_H \beta W_i \quad (3.36)$$

式中  $K_i$  —— 第*i*号墩顶抗推刚度,  $i=1 \sim n$ ;

$K_H$  —— 水平地震系数;

$W_i$  —— 墩顶总的计算重量,  $W_i = \sum_{j=1}^n W_{i,j} + \eta \sum_{j=1}^n W_{i,j}$ , 其中

$\sum_{j=1}^n W_{i,j}$  为上部结构总重,  $\sum_{j=1}^n W_{i,j}$  为墩身结构总重;

$\eta$  为墩身重量折算系数, 可取  $\eta = 1/4$ ;

$\beta$  —— 与等效单墩体系的自振周期相应的动力放大系数。

等效单墩体系的自振周期  $T$  可按下式计算:

$$T = 2\pi \sqrt{W_i / g \sum_{i=1}^n K_i} \quad (3.37)$$

**【例3.11】** 三墩四孔简支梁桥, 钢板支座, 摩擦系数  $\mu_0 = 0.1$ 。地震烈度Ⅵ, I类场地。

1号墩:  $K_1 = 29400 \text{ kN/m}$ ,  $W_{1,s} = 2254 \text{ kN}$ ,  $W_{1,j} = 980 \text{ kN}$

2号墩:  $K_2 = 19600 \text{ kN/m}$ ,  $W_{2,s} = 2254 \text{ kN}$ ,  $W_{2,j} = 1568 \text{ kN}$

3号墩:  $K_3 = 24500 \text{ kN/m}$ ,  $W_{3,s} = 2254 \text{ kN}$ ,  $W_{3,j} = 1176 \text{ kN}$

求地震力。

【解】  $\sum_{i=1}^3 W_{i, s} = 2254 \times 3 = 6762 \text{ kN},$

$$\sum_{i=1}^3 W_{i, r} = 980 + 1568 + 1176 = 3724 \text{ kN}$$

$$W_s = \sum_{i=1}^3 W_{i, s} + \eta \sum_{i=1}^3 W_{i, r} = 6762 + \frac{1}{4} \times 3724$$

$$= 7693 \text{ kN}$$

$$T = 2\pi \sqrt{W_s / g \sum_{i=1}^3 K_i}$$

$$= 2\pi \sqrt{7693 / 9.81 (29400 + 19600 + 24500)}$$

$$= 0.65 \text{ s}$$

对 I 类场地,  $\mu = 0.05$ ,  $T = 0.65 \text{ s}$ , 得

$$\beta = 2.25 \times \frac{0.2}{0.65} = 0.69$$

$$\text{总地震力 } Q = K_H \beta W_s = 0.1 \times 0.69 \times 7693 = 530.8 \text{ kN}$$

$$1 \text{ 号墩 } Q_1 = \frac{K_1}{\sum_{i=1}^3 K_i} Q = \frac{29400}{73500} \times 530.8 = 212.3 \text{ kN}$$

$$2 \text{ 号墩 } Q_2 = \frac{K_2}{\sum_{i=1}^3 K_i} Q = \frac{19600}{73500} \times 530.8 = 141.5 \text{ kN}$$

$$3 \text{ 号墩 } Q_3 = \frac{K_3}{\sum_{i=1}^3 K_i} Q = \frac{24500}{73500} \times 530.8 = 176.9 \text{ kN}$$

活动支座摩擦力  $F_f = \mu_0 N = 0.1 \times 2254 / 2 = 112.7 \text{ kN}$ , 1 号墩顶活动支座受力最大, 为  $Q_1 / 2 = 212.3 / 2 = 106.2 \text{ kN}$ , 地震力未克服摩擦力。

(2) 活动支座摩擦克服后。当纵向地震力足以克服全部活动

支座的摩擦力时,每一孔上部结构与该孔设置固定支座的桥墩组成一个独立的单墩体系,其中第*i*号墩顶所受地震力 $Q_i$ 为

$$Q_i = K_H \beta W_{i1} \quad (3.38)$$

式中 $\beta$ ——与第*i*号墩的自振周期相应的动力放大系数。

自振周期*T*可按下式计算:

$$T = 2\pi \sqrt{W_{i1} / (gK_i)} \quad (3.39)$$

式中 $K_i$ ——*i*号墩墩顶推力刚度;

$W_{i1}$ ——*i*号墩顶总的计算重量,  $W_{i1} = W_{i2} + \eta W_{i3}$ , 其中  
 $W_{i2}$ 为一孔上部结构重量,  $W_{i3}$ 为*i*号墩身重量,  $\eta$   
 为折算系数。

与活动支座的摩擦阻尼等效的粘滞阻尼比 $\mu_i$ 可按式(2.38)计算。阻尼对标准设计反应谱值的校正可按式(2.33)或(2.34)计算。但计算应注意以下三点:

① 活动支座的摩擦系数应取可能的变化范围的下限, 并应考虑竖向地震分量的影响。

② 计算一座桥墩的摩擦阻尼时应同时考虑左右两孔梁的活动支座的作用, 故正压力*N*(即支座反力)应取一孔梁总重(等跨简支梁情形)。

③ 式(2.38)中的地震力按弹性反应谱理论算出, 不引入重要性系数和综合影响系数。

**【例3.12】** 三墩四孔简支梁桥, 摇轴支座, 摩擦系数 $\mu_0 = 0.01$ 。地震烈度Ⅷ, Ⅰ类场地。各桥墩的设计参数同例3.11。求地震力。

**【解】** 设地震力已克服所有活动支座的摩擦力。各墩地震力分别计算:

$$1 \text{ 号墩: } W_{11} = W_{12} + \eta W_{13} = 2254 + 1/4 \times 980 = 2499 \text{ kN}$$

$$T = 2\pi \sqrt{W_{11} / (gK_1)} = 2\pi \sqrt{2499 / (9.81 \times 29400)} \\ = 0.58 \text{ s}$$

$$\beta = 2.25 \times 0.2 / 0.58 = 0.78$$

$$Q_1 = K_H \beta W_{11} = 0.2 \times 0.78 \times 2499 = 389.8 \text{ kN}$$

考虑阻尼校正系数:

$$\mu_1 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{F_1}{Q_1} = \frac{2}{\pi} \times \frac{0.01 \times 2254}{389.8} = 0.036$$

$$c_D = \sqrt{\frac{0.05}{\mu}} = \sqrt{\frac{0.05}{0.05 + 0.036}} = 0.76$$

$$\text{校正的地震力 } Q_1^* = 0.2 \times 0.78 \times 0.76 \times 2499 = 296.3 \text{ kN}$$

$$\text{2号墩: } W_{21} = 2254 + \frac{1}{4} \times 1568 = 2646 \text{ kN}$$

$$T = 2\pi \sqrt{2646 / (9.81 \times 19600)} = 0.74 \text{ s}$$

$$\beta = 2.25 \times \frac{0.2}{0.74} = 0.61$$

$$Q_2 = 0.2 \times 0.61 \times 2646 = 322.8 \text{ kN}$$

$$\mu_1 = \frac{2}{\pi} \times \frac{0.01 \times 2254}{322.8} = 0.044$$

$$c_D = \sqrt{0.05 / (0.05 + 0.044)} = 0.73$$

$$Q_2^* = 322.8 \times 0.73 = 235.6 \text{ kN}$$

$$\text{3号墩: } W_{31} = 2254 + \frac{1}{4} \times 1176 = 2546 \text{ kN}$$

$$T = 2\pi \sqrt{2548 / (9.81 \times 24500)} = 0.65 \text{ s}$$

$$\beta = 2.25 \times \frac{0.2}{0.65} = 0.69$$

$$Q_3 = 0.2 \times 0.69 \times 2548 = 351.6 \text{ kN}$$

$$\mu_1 = \frac{2}{\pi} \times \frac{0.01 \times 2254}{351.6} = 0.04$$

$$c_D = \sqrt{0.05 / (0.05 + 0.04)} = 0.75$$

$$Q_3^* = 351.6 \times 0.75 = 263.7 \text{ kN}$$

## 2. 有纵向弹性耦联作用的情形

大量铁路桥现场动力试验记录的分析表明：由于钢轨路面系统的存在，铁路简支梁多孔桥的桥墩顶部之间存在明显的动力耦联作用，因此，桥梁的动力反应表现为整体性的反应，一座桥的高度不同的桥墩具有整体的振型和统一的基本自振频率。计算分析结果还指出：钢轨路面系统提供的墩顶之间的这种纵向约束作用可视为水平弹性支承，其约束刚度约为49,000 kN/m，此值与梁的跨度长短或墩的高度大小无关。

海城地震和渡口工业爆破中获得的桥梁振动记录也证明了铁路桥面系的上述支承作用的存在和多孔桥结构整体动力反应的特点。

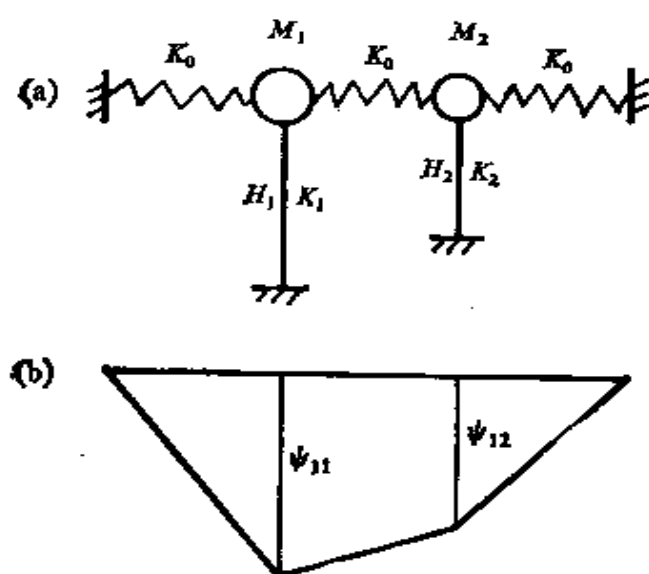


图3.4 有纵向耦联的多孔简支梁桥

(a)计算简图；(b)第一振型 $\psi_1$

因此，当多孔简支梁桥的地震力已克服所有活动支座的摩擦力时，墩顶间的这些纵向弹性支承把多孔桥耦联起来，计算简图如图3.4所示。

图3.4所示体系的第一振型，根据原型试验结果，其墩顶纵向振型位移为同相位，其值可用与墩高成正比的线性函数来描述。由此可直接算出相应的整体第一频率 $\omega_1$ 为

$$\omega_1 = \sqrt{K_1^* / M_1^*} \quad (3.40)$$

式中  $K_1^*$  ——与第一振型相应的广义刚度，  $K_1^* = \sum_{i=1}^n K_i \psi_{i1}^2$

$+ K_0 \sum_{i=0}^n (\psi_{1,i+1} - \psi_{1,i})^2$ , 其中  $K_i$  为第  $i$  号墩顶抗推刚度,  $K_0$  为纵向约束刚度, 如上述, 可取  $K_0 = 49000 \text{ kN/m}$ ;  $\psi_{1,i}$  为第一振型位移,  $\psi_{1,i} = H_i/H_n$ ,  $H_i$  为第  $i$  号墩高,  $H_n$  为河中最大墩高;

$M_1^*$  ——与第一振型相应的广义质量,  $M_1^* = \sum_{i=1}^n M_i \psi_{1,i}^2$ , 其中  $M_i$  为第  $i$  号墩顶计算质量,  $M_i = M_{i,0} + \eta M_{i,1}$ , 与式(3.39)相同。

对于高阶振型, 由于桥梁上部结构质量的影响, 墩顶质点可视为相对于基底的不动点, 桥墩的各阶频率分别与上端简支、下端固定的伸臂梁的较低一阶频率相近, 如本章第一节所述。于是, 各桥墩的第二频率  $\omega_{2,i}$  及其振型  $\psi_{2,i}$  可分别写为

$$\left. \begin{aligned} \omega_{2,i} &= 15.42 \sqrt{EI_i g / (\rho A_i H_i^4)} \\ \psi_{2,i} &= 3.846 \left[ \left( 1 - \frac{y}{H_i} \right) - 3 \left( 1 - \frac{y}{H_i} \right)^3 \right. \\ &\quad \left. + 2 \left( 1 - \frac{y}{H_i} \right)^4 \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

式中  $EI_i$  —— $i$  号墩抗弯刚度;

$\rho$  ——墩身材料重量密度;

$A_i$  ——墩身截面积;

$H_i$  ——墩高;

$y$  ——自墩底起算的计算截面的高度。

在解出了耦联体系图3.4的自振特性后, 可分别求得与上述两个振型相应的地震荷载、内力或位移, 然后进行组合求出结构总的地震反应。

根据反应谱理论, 相应于第  $j$  振型第  $i$  号墩的最大地震反应可写为

$$\left. \begin{aligned} v_{ji} &= \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} \psi_{ji} S_{aj} = \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} \psi_{ji} \frac{S_{aj}}{\omega_j^2} \\ q_{ji} &= m_i \psi_{ji} \frac{\mathcal{L}_j}{M_j^*} S_{aj} \end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

式中  $\mathcal{L}_j$  ——与第  $j$  振型相应的地震参与系数  $\mathcal{L}_j = \sum_{i=1}^n M_i \psi_{ji}$ 。

引入抗震设计规范中的符号，谱加速度  $S_a = K_H \beta g$ ，谱位移  $S_d = S_a / \omega^2$ 。

对于第一振型 ( $j=1$ ) 和第二振型 ( $j=2$ )，在分别按式 (3.42) 求解后，可根据各振型反应平方和的方根的组合公式来确定总的地震反应，其内力或位移可表为

$$\left. \begin{aligned} S_i &= \sqrt{S_{1i}^2 + S_{2i}^2} \\ v_i &= \sqrt{v_{1i}^2 + v_{2i}^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

**【例3.13】** 二墩三孔桥，地震烈度Ⅷ，Ⅰ类场地，结构主要计算数据：跨度  $L=24\text{m}$  钢筋混凝土梁，孔重  $2254\text{kN}$ ，混凝土弹性模量  $E=1.96 \times 10^7 \text{kN/m}^2$ ，容重  $23.52\text{kN/m}^3$ ，墩高  $H_1=12\text{m}$ ， $H_2=8\text{m}$ ，等截面墩  $4\text{m} \times 2\text{m}$ ， $4\text{m} \times 1.5\text{m}$ ，墩顶纵向约束刚度  $K_0=49000\text{kN/m}$ ，墩身刚度  $K_1=3EI_1/H_1^3=90748\text{kN/m}$ ， $K_2=3EI_2/H_2^3=129164\text{kN/m}$ 。求地震力。

**【解】** 第一振型：

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{W_1}{g} = \frac{2254}{g} + \frac{1}{4} \times \frac{4 \times 2 \times 12 \times 23.52}{g} = \frac{2254}{g} + \frac{1}{4} \\ &\times \frac{2257.9}{g} = \frac{2818.5}{g} \text{kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= \frac{W_2}{g} = \frac{2254}{g} + \frac{1}{4} \times \frac{4 \times 1.5 \times 8 \times 23.52}{g} = \frac{2254}{g} + \frac{1}{4} \\ &\times \frac{1129}{g} = \frac{2536.3}{g} \text{kN} \end{aligned}$$



$$\psi_{11} = H_1/H_2, \quad \psi_{11} = 1.0, \quad \psi_{12} = 0.667$$

$$M_1^* = \frac{2818.5}{g} \times 1^2 + \frac{2536.3}{g} \times 0.667^2 = \frac{3646.9}{g} \text{ kN}$$

$$K_1^* = 90748 \times 1^2 + 129164 \times 0.667^2 + 49000(1^2 + 0.333^2 + 0.667^2) = 224444.8 \text{ kN/m}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{224444.8}{3646.9/g}} = 23.6 \text{ 1/s}$$

$$T_1 = 0.266 \text{ s}$$

第二振型:

$$\omega_{21} = 15.42 \sqrt{\frac{1.96 \times 10^7 \times \frac{1}{12} \times 4 \times 2^3 \times 9.81}{23.52 \times 4 \times 2 \times 12^4}} = 176.771 \text{ 1/s}$$

$$T_{21} = 0.036 \text{ s}$$

$$\omega_{22} = 15.42 \sqrt{\frac{1.96 \times 10^7 \times \frac{1}{12} \times 4 \times 1.5^3 \times 9.81}{23.52 \times 4 \times 1.5 \times 8^4}} = 298.3 \text{ 1/s}$$

$$T_{22} = 0.021 \text{ s}$$

$$\psi_{21}(y) = 3.846 \left[ \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right) - 3 \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right)^3 + 2 \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right)^4 \right]$$

广义特性参数:

$$M_1^* = \frac{3946.9}{g} \text{ kN}$$

$$K_1^* = 224444.8 \text{ kN/m}$$

$$\mathcal{L}_1 = \frac{2818.5}{g} \times 1 + \frac{2536.3}{g} \times 0.667 = \frac{4510.2}{g} \text{ kN}$$

$$M_{r1}^* = \int_0^{H_1} m_1(y) \psi_{21}^2(y) dy = 0.444 m_1 H_1 = \frac{1002.5}{g} \text{ kN}$$

$$K_{21}^* = \int_0^{H_1} EI_1(y) \left[ \frac{d^2 \psi_{21}(y)}{dy^2} \right]^2 dy = 106 EI_1 / H_1^3 \\ = 3206172.9 \text{ kN/m}$$

$$\mathcal{L}_{21} = \int_0^{H_1} m_1(y) \psi_{21}(y) dy = 0.577 m_1 H_1 = \frac{1300.5}{g} \text{ kN}$$

$$M_{22}^* = \int_0^{H_2} m_2(y) \psi_{22}^2(y) dy = 0.444 m_2 H_2 = \frac{501.3}{g} \text{ kN}$$

$$K_{22}^* = \int_0^{H_2} EI_2(y) \left[ \frac{d^2 \psi_{22}(y)}{dy^2} \right]^2 dy = 106 EI_2 / H_2^3 \\ = 4565038.9 \text{ kN/m}$$

$$\mathcal{L}_{22} = \int_0^{H_2} m_2(y) \psi_{22}(y) dy = 0.577 m_2 H_2 = \frac{651.7}{g} \text{ kN}$$

$$\mathcal{L}_1 / M_1 = 1.143$$

$$\mathcal{L}_{21} / M_{21}^* = 1.3$$

$$\mathcal{L}_{22} / M_{22}^* = 1.3$$

地震力:

$$K_n = 0.1$$

由  $T_1 = 0.266\text{s}, T_{21} = 0.036\text{s}, T_{22} = 0.021\text{s}$   
得  $\beta_1 = 2.25, \beta_{21} = 1.44, \beta_{22} = 1.26$

1号墩:

$$\text{墩顶集中力 } Q_{11} = 0.1 \times 2.25 \times 1.0 \times 1.143 \times 2254 = 579.7 \text{ kN}$$

$$\text{墩身分布力 } q_{11}(y) = 0.1 \times 2.25 \times 1.143 \times 4 \times 2 \times 23.52 \times 1.0$$

$$\times \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H_1} \right) = 48.4 \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H_1} \right) \text{ kN/m}$$

$$\text{当 } y = H_1, q_{11}(H_1) = 48.4 \text{ kN/m}$$

$$q_{21}(y) = 0.1 \times 1.44 \times 1.3 \times 4 \times 2 \times 23.52$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ 3.846 \left[ \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right) - 3 \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right)^3 + 2 \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right)^4 \right] \right\} \\
& = 35.2 \left\{ 3.846 \left[ \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right) - 3 \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right)^3 \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + 2 \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right)^4 \right] \right\} \text{kN/m} \\
& \text{当 } y = H_1, q_{21}(H_1) = 0; \text{ 当 } y = 0.58H_1, q_{21}(0.58H_1) \\
& = 35.2 \text{kN/m}
\end{aligned}$$

2号墩:

$$\begin{aligned}
Q_{12} &= 0.1 \times 2.25 \times 1.143 \times 0.667 \times 2254 = 386.6 \text{kN} \\
q_{12}(y) &= 0.1 \times 2.25 \times 1.143 \times 4 \times 1.5 \times 23.52 \times 0.667 \\
& \times \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H_2} \right) = 24.2 \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H_2} \right) \text{kN/m} \\
& \text{当 } y = H_2, q_{12}(H_2) = 24.2 \text{kN/m}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_{22}(y) &= 0.1 \times 1.44 \times 1.3 \times 4 \times 1.5 \times 23.52 \times \left\{ 3.846 \right. \\
& \quad \left[ \left( 1 - \frac{y}{H_2} \right) - 3 \left( 1 - \frac{y}{H_2} \right)^3 + 2 \left( 1 - \frac{y}{H_2} \right)^4 \right] \right\} \\
& = 26.4 \left\{ 3.846 \left[ \left( 1 - \frac{y}{H_2} \right) - 3 \left( 1 - \frac{y}{H_2} \right)^3 \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + 2 \left( 1 - \frac{y}{H_2} \right)^4 \right] \right\} \text{kN/m} \\
& \text{当 } y = H_2, q_{22}(H_2) = 0; \\
& \text{当 } y = 0.58H_2, q_{22}(0.58H_2) = 26.4 \text{kN/m}
\end{aligned}$$

以上算出的两个振型荷载作用于图3.4桥梁体系，像静载一样，分别求得结构各截面内力，然后按平方和的方根的公式(3.43)进行组合，得出各截面总的地震内力。但这里有两点要注意：

(1) 同一振型内力要直接叠加, 例如基本振型荷载  $Q_{11}$  与  $q_{11}(y)$  引起的墩身弯矩。

(2) 第二振型荷载  $q_{21}(y)$  和  $q_{22}(y)$ , 由于假定墩顶为相对于墩底的不动点, 上部结构的耦联作用已不复存在, 所以求墩身内力时应假定墩顶自由。

为了减少按图3.4的耦联体系计算基本振型荷载引起的地震内力的繁琐工作, 在先算出基本振型反应的各墩顶位移之后, 即可直接求出各墩顶实际承受的墩顶集中力, 然后再假定墩顶自由来计算墩身内力。其法如下:

如例3.13:

$$\begin{aligned} 1 \text{ 号墩顶位移 } v_{11} &= 0.1 \times 2.25 \times 9.81 \times 1.143 \times 1.0 / 23.6^2 \\ &= 0.0045 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{墩顶总集中力 } Q_{11} = 90748 \times 0.0045 = 408.4 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \text{第二振型荷载不变, } q_{21}(y) &= 35.2 \left\{ 3.846 \left[ \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 3 \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right)^3 + 2 \left( 1 - \frac{y}{H_1} \right)^4 \right] \right\} \text{ kN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \text{ 号墩顶位移 } v_{12} &= 0.1 \times 2.25 \times 9.81 \times 1.143 \times 0.667 / 23.6^2 \\ &= 0.003 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{墩顶总集中力 } Q_{12} = 129164 \times 0.003 = 387.5 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \text{第二振型荷载不变, } q_{22}(y) &= 26.4 \left\{ 3.846 \left[ \left( 1 - \frac{y}{H_2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 3 \left( 1 - \frac{y}{H_2} \right)^3 + 2 \left( 1 - \frac{y}{H_2} \right)^4 \right] \right\} \text{ kN/m} \end{aligned}$$

以上两个振型荷载均按墩顶自由计算墩身内力, 再按式(3.43)组合。

### 3. 采用板式橡胶支座的情形

多孔简支梁桥采用板式橡胶支座时, 由于支座的剪切变形,

使得地震时上部结构的纵向振幅与支座下墩顶的振幅不同，所以李振邦等<sup>1)</sup>建议采用如图3.5a的计算简图是有根据的。

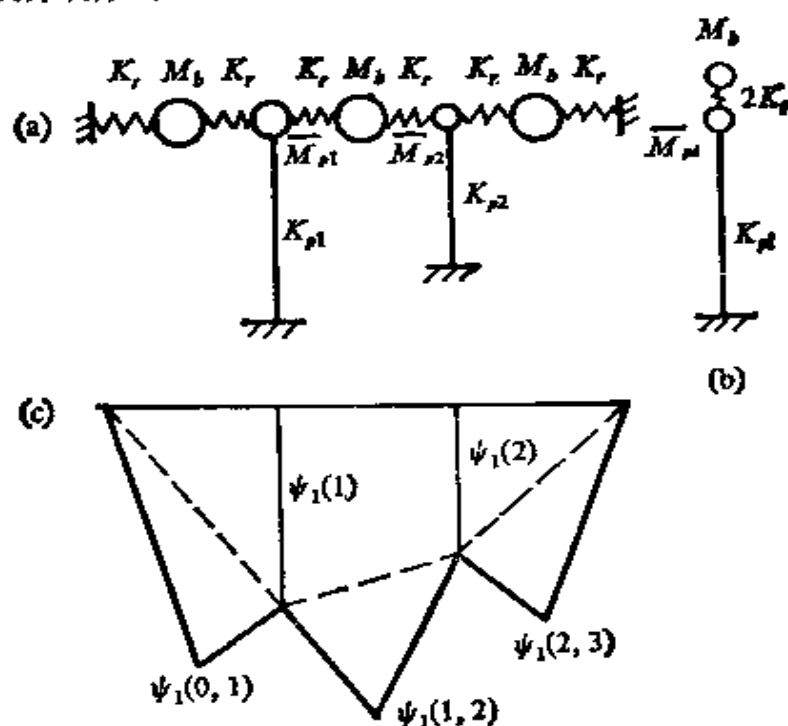


图3.5 采用板式橡胶支座的多孔简支梁桥  
(a)计算简图; (b)i号单墩; (c)第一振型 $\psi_1(i)$

图中 $K_i$ 为一孔梁一端支座的抗剪刚度;  $M_i$ 为一孔梁重, 当上部结构不等跨时其值可不等;  $\bar{M}_{pi}$ 为i号墩顶聚点质量, 可取  $\bar{M}_{pi} = \eta M_{pi} = \frac{1}{4} M_{pi}$ 。

取i号墩作为独立单元(图3.5b)为二自由度系统。这个系统的第一振型上部结构质点 $M_i$ 对墩顶质点 $\bar{M}_{pi}$ 的振型位移的比值 $\lambda_i$ 可写为

$$\lambda_i = -\frac{c}{c - \omega_{pi}^2} \quad (3.44)$$

1) 李振邦: 梁桥纵向抗震计算, 1986。

式中 
$$\omega_{r,i}^2 = \frac{a+c}{2} - \sqrt{\left(\frac{a-c}{2}\right)^2 + bc}$$

$$a = \frac{K_{r,i} + 2K_r}{\bar{M}_{r,i}}, \quad b = \frac{2K_r}{\bar{M}_{r,i}}, \quad c = \frac{2K_s}{M_s}$$

这个结果可推广至求解图3.5a体系的整体第一振型 $\psi_1(i)$ 。

由图3.5和图3.4两种体系的相似性,图3.5第一振型各墩顶值 $\psi_1(i)$ 仍可取与墩高成正比的线性函数,而高度不同的相邻两墩(第*i*, *i*+1号墩)间的上部结构(第*i*+1孔)的振型位移 $\psi_1(i, i+1)$ 可按此二墩单墩振型的比值的平均值算出,即

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(i) &= H_i/H_n, \quad \psi_1(i+1) = H_{i+1}/H_n \\ \psi_1(i, i+1) &= \frac{1}{2}[\lambda_i \psi_1(i) + \lambda_{i+1} \psi_1(i+1)] \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

体系的整体第一振型确定以后,求解地震反应有关的特性参数与上节相似,可写为

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{K_1^*/M_1^*} \\ M_1^* &= \sum_{i=1}^n \bar{M}_{r,i} \psi_1^2(i) + \sum_{i=0}^n M_s \psi_1^2(i, i+1) \\ K_1^* &= \sum_{i=1}^n K_i \psi_1^2(i) + K_r \sum_{i=0}^n [\psi_1(i, i+1) - \psi_1(i)]^2 \\ \mathcal{L}_1 &= \sum_{i=1}^n \bar{M}_{r,i} \psi_1(i) + \sum_{i=0}^n M_s \psi_1(i, i+1) \end{aligned}$$

与第一振型相应的地震反应公式与式(3.42)相同。

第二振型亦可假定图3.5体系中所有上部结构质点 $M_s$ 为相对于基底的不动点,各墩分别按单自由度系统计算。于是第*i*号墩的第二频率可写为

$$\omega_{2,i} = \sqrt{\frac{K_i + 2K_r}{\bar{M}_{r,i}}} \quad (3.46)$$

i号墩第二振型反应可写为

$$\left. \begin{array}{l} \text{墩顶位移} \quad v_i = S_i = S_{2i} \omega_{2i}^2 \\ \text{墩顶集中力} \quad Q_i = \overline{M}_{2i} S_i = \overline{M}_{2i} \omega_{2i}^2 S_i \end{array} \right\} \quad (3.47)$$

在这里,除了验算各桥墩所受的地震力之外,设计者可能还关心橡胶支座的剪切变形量。为此,可先直接算出各墩顶和各孔上部结构的地震位移反应,然后以i号墩顶位移乘以 $K_i$ ,即为i号墩所受地震力(应假定墩顶自由来求解墩身内力);以上部结构位移减去墩顶位移即为橡胶支座的剪切变形。

**【例3.14】** 二墩三孔桥,主要设计数据同例3.13,无路面系约束作用,采用橡胶支座,  $K_s = 19600 \text{ kN/m}$ 。求地震力。

**【解】** 计算参数:

$$\overline{M}_{21} = \frac{1}{4} \times \frac{4 \times 2 \times 12 \times 23.52}{g} = \frac{564.5}{g} \text{ kN}$$

$$\overline{M}_{22} = \frac{1}{4} \times \frac{4 \times 1.5 \times 8 \times 23.52}{g} = \frac{282.2}{g} \text{ kN}$$

1号墩:

$$a = \frac{90748 + 2 \times 19600}{564.5/g} = 2258 \text{ 1/s}^2$$

$$b = \frac{2 \times 19600}{564.5/g} = 681 \text{ 1/s}^2$$

$$c = \frac{2 \times 19600}{2254/g} = 171 \text{ 1/s}^2$$

$$\begin{aligned} \omega_{21}^2 &= \frac{2258 + 171}{2} - \sqrt{\left( \frac{2258 - 171}{2} \right)^2 + 681 \times 171} \\ &= 116.5 \text{ 1/s}^2 \end{aligned}$$

$$\lambda_1 = \frac{171}{171 - 116.5} = 3.14$$

2号墩:

$$a = \frac{129164 + 2 \times 19600}{282.2/g} = 5852 \text{ 1/s}^2$$

$$b = \frac{2 \times 19600}{282.2/g} = 1362 \text{ 1/s}^2$$

$$c = \frac{2 \times 19600}{2254/g} = 171 \text{ 1/s}^2$$

$$\begin{aligned}\omega_{1,2}^2 &= \frac{5852 + 171}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5852 - 171}{2}\right)^2 + 1362 \times 171} \\ &= 130.3 \text{ 1/s}^2\end{aligned}$$

$$\lambda_2 = \frac{171}{171 - 130.3} = 4.2$$

第一振型:

$$\psi_1(1) = 1.0, \quad \psi_1(2) = 8/12 = 0.667$$

$$\psi_1(0, 1) = \frac{1}{2}(0 + 3.14 \times 1.0) = 1.57$$

$$\psi_1(1, 2) = \frac{1}{2}(3.14 \times 1.0 + 4.2 \times 0.667) = 2.97$$

$$\psi_1(2, 3) = \frac{1}{2}(4.2 \times 0.667 + 0) = 1.4$$

$$\begin{aligned}M_1^* &= \frac{564.5}{g} \times 1.0^2 + \frac{282.2}{g} \times 0.667^2 \\ &\quad + \frac{2254}{g} (1.57^2 + 2.97^2 + 1.4^2) = \frac{30546}{g} \text{ kN}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}K_1^* &= 90748 \times 1.0^2 + 129164 \times 0.667^2 + 19600[1.57^2 \\ &\quad + (1 - 1.57)^2 + (2.97 - 1)^2 + (0.667 - 2.97)^2 \\ &\quad + (1.4 - 0.667)^2 + 1.4^2] = 431827 \text{ kN/m}\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_1 = \frac{564.5}{g} \times 1.0 + \frac{282.2}{g} \times 0.667 + \frac{2254}{g} (1.57 + 2.97 + 1.4)$$



$$= \frac{14141.4}{g} \text{ kN}$$

$$\mathcal{L}_1/M_1^* = 14141.4/30546 = 0.46$$

$$\omega_1 = \sqrt{431827 \times 9.81/30546} = 11.78 \text{ 1/s}$$

$$T_1 = 2\pi/11.78 = 0.53\text{s}$$

第二振型:

$$\omega_{21} = \sqrt{\frac{90748 + 2 \times 19600}{564.5/g}} = 47.5 \text{ 1/s}$$

$$T_{21} = 0.13\text{s}$$

$$\omega_{22} = \sqrt{\frac{129164 + 2 \times 19600}{282.2/g}} = 76.5 \text{ 1/s}$$

$$T_{22} = 0.08\text{s}$$

地震力:

$$K_H = 0.1$$

由  $T_1 = 0.53\text{s}$ ,  $T_{21} = 0.13\text{s}$ ,  $T_{22} = 0.08\text{s}$

得  $\beta_1 = 2.25 \times \left(\frac{0.3}{0.53}\right)^{0.98} = 1.29$ ,  $\beta_{21} = 2.25$ ,

$$\beta_{22} = 1 + 12.5 \times 0.08 = 2$$

1号墩:

$i=1$ : 墩顶位移  $v_1(1) = 0.1 \times 1.29 \times 9.81 \times 0.46$

$$\times 1.0/(11.78)^2 = 0.0042\text{m}$$

(自由)墩顶集中力  $Q_1(1) = K_1 v_1(1) = 90748 \times 0.0042$

$$= 381.1\text{kN}$$

上部结构位移  $v_1(0, 1) = v_1(1) \psi_1(0, 1) = 0.0042 \times 1.57$

$$= 0.0066\text{m}$$

$$v_1(1, 2) = v_1(1) \psi_1(1, 2) = 0.0042 \times 2.97$$

$$= 0.0125\text{m}$$

剪切变形  $\gamma(0, 1) = v_1(0, 1) - v_1(1) = 0.0066 - 0.0042$

$$= 0.0024\text{m}$$

$$\begin{aligned}\gamma(1, 2) &= v_1(1, 2) - v_1(1) = 0.0125 - 0.0042 \\ &= 0.0083\text{m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}j=2: (\text{自由}) \text{墩顶集中力 } Q_2(1) &= 0.1 \times 2.25 \times 564.5 \\ &= 127\text{kN}\end{aligned}$$

2号墩:

$$\begin{aligned}j=1: v_1(2) &= 0.1 \times 1.29 \times 9.81 \times 0.46 \times 0.667 / (11.78)^2 \\ &= 0.0028\text{m}\end{aligned}$$

$$Q_1(2) = 129164 \times 0.0028 = 361.6\text{kN}$$

$$v_1(1, 2) = 0.0125\text{m}$$

$$v_1(2, 3) = v_1(1) \psi_1(2, 3) = 0.0042 \times 1.4 = 0.0059\text{m}$$

$$\gamma(1, 2) = v_1(1, 2) - v_1(2) = 0.0125 - 0.0028 = 0.0097\text{m}$$

$$\begin{aligned}\gamma(2, 3) &= v_1(2, 3) - v_1(2) = 0.0059 - 0.0028 \\ &= 0.0031\text{m}\end{aligned}$$

$$j=2: Q_2(2) = 0.1 \times 2.0 \times 282.2 = 56.4\text{kN}$$

## 二、横向地震力

由于多孔简支梁桥在横向振动时桥墩之间的刚度耦联作用是微弱的, 所以可把每一个桥墩当作一个独立体系来计算横向地震力。但试验结果表明: 柔性梁的侧向振动引起梁与墩的动力相互作用。为了考虑这一影响, 多孔简支梁桥的横向地震力分两种情况来计算。

### 1. 刚性梁

钢筋混凝土实体梁具有较大的侧向刚度, 特别是公路桥桥面宽, 由多片钢筋混凝土梁组成, 各片之间设有横向支撑, 其侧向刚度远大于墩的侧向刚度。于是可将每一桥墩作为一个独立体系, 左右两孔梁的质量之半(等跨情形即为一孔梁质量)集中到墩顶, 当墩身为等截面时可按本章第一节三的方法进行计算。但此时墩身截面抗弯刚度应取横向; 当墩身为变截面, 截面收坡系数

$h > 0.5$ ,  $d > 0.5$ 时, 可化为以底截面为基准的等截面墩来确定自振特性, 而墩身地震力则按变截面的实际情况分段进行计算, 如例3.3一样。

**【例3.15】** 混凝土变截面墩高  $H = 12\text{m}$ , 钢筋混凝土梁跨  $L = 24\text{m}$ , 结构所有设计参数同例3.3。地震烈度Ⅷ, I类场地。求横向地震力。

**【解】** 按等效等截面墩计算动力特性:

$$\alpha = \frac{M_0 g}{\rho A H} = \frac{2254}{23.52 \times 4 \times 2 \times 12} = 1$$

查表3.4, 得  $\gamma_1 = 1.248$

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{2\pi}{\gamma_1^2} \sqrt{\frac{\rho A H^4}{EI g}} \\ &= \frac{2\pi}{1.248^2} \sqrt{\frac{23.52 \times 4 \times 2 \times 12^4}{1.96 \times 10^7 \times \frac{1}{12} \times 2 \times 4^3 \times 9.81}} \\ &= 0.175\text{s} \end{aligned}$$

由  $T_1 = 0.175\text{s}$ ,  $\mu = 0.05$ , I类场地, 得出

$$\beta_1 = 2.25$$

设  $\psi_1(y) = 1 - \cos \frac{\pi y}{2H}$ , 如例3.3, 按10质点系作如表3.11的计算  
由表3.11列数据得出

$$M_1^* = \sum_{i=1}^{10} \frac{w_i}{g} \psi_1^2(y) = 262.9 \text{ kN} \cdot \text{s}^2 / \text{m}$$

$$\mathcal{L}_1 = \sum_{i=1}^{10} \frac{w_i}{g} \psi_1(y) = 285.5 \text{ kN} \cdot \text{s}^2 / \text{m}$$

$$\text{墩地震力 } q_i(y) = K_H \beta_1 \psi_1(y) \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} w_i = 0.2 \times 2.25 \times \frac{285.5}{262.9}$$

$$\times \left(1 - \cos \frac{\pi y}{2H}\right) w_i = 0.488 \left(1 - \cos \frac{\pi y}{2H}\right) w_i$$

表3.11

$\xi=y/H$	$\psi_1(y)$	$w_1$ (kN)	$\frac{w_1}{g} \cdot \psi_1^2(y)$ (kN·s <sup>2</sup> /m)	$\frac{w_1}{g} \cdot \psi_1(y)$ (kN·s <sup>2</sup> /m)	$q(y)$ (kN/m)	$Q(y)$ (kN)	$M(y)$ (kN·m)
1	1	2317.5	236.18	236.18	1130.92	1130.92	0
0.9	0.84	135.6	9.75	11.61	55.57	1186.49	1357.1
0.8	0.69	144.6	7.02	10.16	48.71	1235.20	2780.9
0.7	0.55	153.7	4.73	8.61	41.26	1276.46	4263.1
0.6	0.41	163.2	2.79	6.82	32.63	1309.09	5794.8
0.5	0.29	172.9	1.48	5.11	24.50	1333.59	7385.8
0.4	0.19	182.9	0.68	3.54	16.95	1350.54	8966.0
0.3	0.11	193.2	0.24	2.17	10.39	1360.93	10586.3
0.2	0.05	203.7	0.05	1.04	5.00	1365.93	12219.8
0.1	0.012	214.6	0.003	0.26	1.27	1367.20	13859.0
0	0	112.9	0	0	0	1337.20	15500.0

$$\text{基底剪力} \quad Q_0 = 1367.2 \text{ kN}$$

$$\text{基底弯矩} \quad M_0 = 15500 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{墩顶有效加速度} \quad \ddot{v}_s = 0.488 \times 9.81 = 4.79 \text{ m/s}^2$$

$$\text{墩顶位移} \quad \delta = v_s / \omega_1^2 = \frac{4.79}{(2\pi/0.175)^2} = 0.0037 \text{ m}$$

$$\text{梁均布侧向力 } q_s(x) = \frac{w_s}{\delta} \delta_s = \frac{2254}{9.8 \times 24} \times 4.79 = 45.9 \text{ kN/m}$$

## 2. 柔性梁

对于跨度较大的桥梁，特别是钢桁梁桥，梁的侧向振动通常是不可忽略的。此时，仍可忽略相邻桥墩之间的动力耦联，把每一个桥墩作为一个独立体系，但墩的左右两孔梁则看作侧向可变形的简支梁。对于这样的体系，纵向地震力计算中的基本假定对横向振动仍然是适用的。

为了计算横向振动的基本振型荷载，可采用与刚性梁同样的方法，即假定体系按基本振型振动时主要是墩身的振动，而梁的侧向振动很小，可忽略。

计算第二振型荷载时，可假定墩顶为相对于基底的不动点，象纵向情形一样。于是墩身振动与梁的振动可分别进行计算：墩的第二振型按上端简支、下端固定的伸臂梁的第一振型计算，如式(3.41)，但墩的抗弯刚度应取横向；上部结构按简支梁计算横向基本振型，其自振圆频率 $\omega_s$ 和振型函数 $\psi_s$ 可写为

$$\left. \begin{aligned} \omega_s &= \pi^2 \sqrt{\frac{EI_g}{\rho A L^4}} \\ \psi_s(x) &= \sin \frac{\pi x}{L} \end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

式中  $L$  —— 梁的跨度；

$EI$  —— 上部结构侧向抗弯刚度；

$\rho A$  —— 上部结构单位长度的重量；

$x$ ——坐标，自梁的一端起算，至另端 $x=L$ 。  
作用于梁的侧向地震力 $q_1$ 可写为

$$q_1(x) = K_H \beta \psi_1(x) \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} w_1 \quad (3.49)$$

于是，对于基本振型荷载，梁受均布的侧向力 $q_{1,1}(x)$ ，墩受墩顶集中力 $\bar{Q}_1$ ，和沿墩身按余弦函数分布力 $q_{1,1}(y)$ ；对于第二振型荷载，梁受沿梁长按 $\sin \frac{\pi x}{L}$ 分布力 $q_{2,1}(x)$ ，墩受沿墩高按式(3.41)分布力 $q_{2,1}(y)$ 。梁或墩的地震内力应以两个振型荷载分别产生的内力（同一振型两种荷载产生的内力直接叠加）进行组合。

**【例3.16】** 混凝土墩高 $H=12\text{m}$ ，钢桁梁跨度 $L=40\text{m}$ ，孔重 $2254\text{kN}$ ，侧向抗弯刚度 $EI=37240000\text{kN}\cdot\text{m}^2$ ，其余设计参数同例3.15。求横向地震力。

**【解】** 基本振型荷载：同例3.15，即

$$\text{墩： } q_{1,1}(y) = 0.488 \psi_1(y) w_1 = 0.488 \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{2H} \right) w_1$$

$$Q_0 = 1367.2\text{kN}$$

$$M_0 = 15500\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\text{梁： } q_{1,1}(x) = -\frac{2254}{9.81 \times 40} \times 4.79 = 27.5\text{kN/m}$$

第二振型荷载：

$$\text{墩： } \omega_2 = 15.42 \sqrt{\frac{1.96 \times 10^7 \times \frac{1}{12} \times 2 \times 4^3 \times 9.81}{23.52 \times 2 \times 4 \times 12^4}}$$

$$= 353.5 \text{ 1/s}$$

$$T_2 = 0.018\text{s}$$

$$\beta_2 = 1 + 12.5 \times 0.018 = 1.225$$

$$\text{设 } \psi_2(y) = 3.846 \left[ (1 - y/H) - 3 \left(1 - \frac{y}{H}\right)^2 + 2 \left(1 - \frac{y}{H}\right)^3 \right]$$

作如表3.12的计算。

由表3.12列数据可得出

$$M_2^* = \sum_{i=1}^{10} \frac{w_i}{g} \psi_2^2(y) = 75.56 \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$\mathcal{L}_2 = \sum_{i=1}^{10} \frac{w_i}{g} \psi_2(y) = 98.29 \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$\mathcal{L}_2/M_2^* = 1.3$$

$$\text{地震力 } q_{2,}(y) = K_n \beta_2 \frac{\mathcal{L}_2}{M_2^*} \psi_2(y) w_i$$

$$= 0.2 \times 1.225 \times 1.3 \psi_2(y) w_i = 0.32 \psi_2(y) w_i$$

$$\text{基底剪力 } Q_0 = 308.5 \text{ kN}$$

$$\text{基底弯矩 } M_0 = 1960.88 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{梁: } \omega_1 = \pi^2 \sqrt{\frac{EIg}{\rho A L^4}} = \pi^2 \sqrt{\frac{37240000 \times 9.81}{2254 \times 40^4}} = 15.7 \text{ 1/s}$$

$$T_1 = 0.4 \text{ s}$$

$$\beta_1 = 2.25 \times \frac{0.2}{0.4} = 1.125$$

$$\psi_1 = \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$M_1^* = \int_0^L \frac{w_1}{g} \sin^2 \frac{\pi x}{L} dx = \frac{w_1}{g} \cdot \frac{L}{2} = \text{kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$\mathcal{L}_1 = \int_0^L \frac{w_1}{g} \sin \frac{\pi x}{L} dx = \frac{w_1}{g} \cdot \frac{2L}{\pi} = \text{kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$\mathcal{L}_1/M_1^* = \frac{4}{\pi} = 1.273$$

表3.12

$\xi=y/H$	$\psi_2(y)$	$w_1$ (kN)	$\frac{w_1}{g} \cdot \psi_2^2(y)$ (kN·s <sup>2</sup> /m)	$\frac{w_1}{g} \cdot \psi_1(y)$ (kN·s <sup>2</sup> /m)	$q(y)$ (kN/m)	$Q(y)$ (kN)	$M(y)$ (kN·m)
1	0	2317.5	0	0	0	0	0
0.9	0.37	135.6	1.86	5.10	16.07	16.07	0
0.8	0.69	144.6	7.06	10.19	31.95	48.02	19.31
0.7	0.90	153.7	12.64	14.11	44.30	92.32	76.93
0.6	0.997	163.2	16.46	16.56	52.04	144.36	187.67
0.5	0.96	172.9	16.27	16.95	53.12	197.48	380.93
0.4	0.81	182.9	12.25	15.09	47.43	244.91	597.90
0.3	0.58	193.2	6.66	11.47	35.87	280.78	891.80
0.2	0.32	203.7	2.16	6.66	20.87	301.64	1228.72
0.1	0.10	214.6	0.20	2.16	6.86	308.50	1590.64
0	0	112.9	0	0	0	308.50	1960.88



$$q_{2,1}(x) = K_H \beta_1 \psi_1 \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} w_1 = 0.2 \times 1.125 \times 1.273 \times \frac{2254}{40} \psi_1$$

$$= 16.1 \sin \frac{\pi x}{L} \text{ kN/m}$$

以上两个振型荷载产生的内力及其组合从略。

### 第三节 连续梁桥

连续梁桥一般设置一个固定支座，其余均为活动支座。固定支座一般为钢制支座，也有采用板式橡胶支座的；活动支座的形式多样，其摩擦系数各不相同。在进行连续梁桥地震力计算时可以采用以下的原则：

(1) 活动支座的摩擦被克服前，象简支梁桥一样，全桥可简化为等效单墩体系。总地震力按刚度分配给各个桥墩。

(2) 活动支座的摩擦被克服后，其摩擦阻尼可折算为粘滞阻尼，成为结构总阻尼的一部分。阻尼对地震力的影响可通过校正标准反应谱值来实现，如第二章所述。

(3) 当采用橡胶支座时，桥墩支座顶部的抗推刚度按墩身刚度和橡胶支座刚度的串联组合，其组合刚度 $K_i$ 为

$$K_i = \frac{K_{r,i} K_{s,i}}{K_{r,i} + K_{s,i}} \quad (3.50)$$

式中 $K_{r,i}$ —— $i$ 号桥墩顶抗推刚度；

$K_{s,i}$ ——橡胶支座剪切刚度。

所有桥墩的集合刚度按并联组合，其组合刚度取各墩刚度之和，即 $\sum_{i=1}^n K_i$ 。

## 一、纵向地震力

### 1. 一个固定支座，其余为活动支座

当活动支座的摩擦被克服后，连续梁随设置固定支座的桥墩振动，此时计算设置固定支座的桥墩与简支梁情形一样。但活动支座总的摩擦力较大，其等效粘滞阻尼对标准反应谱值的削减作用较显著。计算设置活动支座的桥墩时，可按无上部结构存在的伸臂柱系统进行，但须考虑墩顶活动支座的摩擦阻尼对该墩所受地震力的校正。

**【例3.17】** 宜都长江大桥北联五孔连续梁，结构的有关设计数据见第二章六。3号墩设固定支座，其余五个为活动支座。纵向基本周期 $T=1\text{s}$ ，标准反应谱值 $\beta=0.45$ 。按下列四种情形求3号墩地震力：

第一种 地震烈度Ⅶ，设 $\mu_s=0.005$ (辊轴支座)。

第二种 地震烈度Ⅶ，设 $\mu_s=0.01$ (滑板橡胶支座)。

第三种 地震烈度Ⅷ，设 $\mu_s=0.005$ 。

第四种 地震烈度Ⅷ，设 $\mu_s=0.01$ 。

**【解】** 第一种 地震力  $Q=171500 \times 0.1 \times 0.45 = 7717.5\text{kN}$

摩擦力  $F_f = 137200 \times 0.005 = 686\text{kN}$

等效阻尼比  $\mu_f = \frac{2}{\pi} \times \frac{686}{7717.5} = 0.056$

校正系数  $c_D = \sqrt{\frac{0.05}{0.05 + 0.056}} = 0.69$

校正地震力  $Q' = 7717.5 \times 0.69 = 5325\text{kN}$

第二种  $Q = 7717.5\text{kN}$

$F_f = 137200 \times 0.01 = 1372\text{kN}$

$\mu_f = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1372}{7717.5} = 0.11$

$$c_D = \sqrt{\frac{0.05}{0.05 + 0.11}} = 0.56$$

$$Q' = 7717.5 \times 0.56 = 4321.8 \text{ kN}$$

第三种  $Q = 171500 \times 0.2 \times 0.45 = 15435 \text{ kN}$

$$F_f = 686 \text{ kN}$$

$$\mu_f = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{686}{15435} = 0.028$$

$$c_D = \sqrt{\frac{0.05}{0.05 + 0.028}} = 0.8$$

$$Q' = 15435 \times 0.8 = 12348 \text{ kN}$$

第四种  $Q = 15435 \text{ kN}$

$$F_f = 1372 \text{ kN}$$

$$\mu_f = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1372}{15435} = 0.056$$

$$c_D = \sqrt{\frac{0.05}{0.05 + 0.056}} = 0.69$$

$$Q' = 15435 \times 0.69 = 10650 \text{ kN}$$

## 2. 全联均采用板式橡胶支座

对于全联均采用橡胶支座的连续梁桥，《公路规范》的计算公式假定地震时各墩顶的振动位移相等，于是全桥简化为一个二自由度的单墩体系，如图3.6所示。



图3.6 全橡胶支座连续梁桥

图3.6中墩身集合刚度  $K_p = \sum_{i=1}^n K_{p,i}$ ；橡胶支座集合刚度  $K_r = \sum_{i=1}^n K_{r,i}$ ；墩顶总折算质量  $\bar{M}_p = \eta \sum_{i=1}^n M_{p,i} = \eta \sum_{i=1}^n m_{p,i} H_i$ ，可取  $\eta = \frac{1}{4}$ ，全联上部结构总质量为  $M_{s0}$ 。

根据这个简图得出的自振特性参数和相应的 $\beta$ 值可分别确定上部结构和墩顶的总地震力:

$$\left. \begin{aligned} Q_s &= K_H \beta g \psi_1 \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} M_s \\ \overline{Q}_s &= K_H \beta g \psi_1 \frac{\mathcal{L}_1}{M_1^*} \overline{M}_s \end{aligned} \right\} \quad (3.51)$$

以上荷载按桥墩的刚度比进行分配, 得

$$\left. \begin{aligned} Q_{s,i} &= \frac{K_{r,i}}{\sum_{i=1}^n K_{r,i}} Q_s \\ \overline{Q}_{s,i} &= \frac{K_{r,i}}{\sum_{i=1}^n K_{r,i}} \overline{Q}_s \end{aligned} \right\} \quad (3.52)$$

**【例3.18】** 设宜都长江大桥北联全部改用橡胶支座,  $K_{r,i} = 98000 \text{ kN/m}$ , 六个桥墩墩顶推力刚度依次为  $K_{r,i} = 490000, 392000, 294000, 294000, 392000, 490000 \text{ kN/m}$ ; 全联上部结构重  $139797 \text{ kN}$ ; 墩身折算重依次为  $3920, 4900, 5880, 5880, 4900, 3920 \text{ kN}$ , 总计为  $29400 \text{ kN}$ 。地震烈度Ⅷ, I类场地。求地震力。

**【解】**  $K_r = \sum_{i=1}^6 K_{r,i} = 588000 \text{ kN/m}$

$$K_s = \sum_{i=1}^6 K_{r,i} = 2352000 \text{ kN/m}$$

由式(3.50),  $K_i = \frac{K_{r,i} K_{r,i}}{K_{r,i} + K_{r,i}} = 81663.4, 78400, 73500, 73500, 78400, 81663.4 \text{ kN/m}$

$$\sum_{i=1}^6 K_i = 467126.8 \text{ kN/m}$$

$$M_s = \sum_{i=1}^6 M_{s,i} = \frac{139797}{g} \text{ kN}$$

$$\overline{M}_r = \sum_{i=1}^n \overline{M}_{r,i} = \frac{29400}{g} \text{ kN}$$

$$a = \frac{K_r + K_r}{\overline{M}_r} = \frac{2352000 + 588000}{29400/g} = 981 \text{ 1/s}^2$$

$$b = \frac{K_r}{\overline{M}_r} = \frac{588000}{29400/g} = 196.2 \text{ 1/s}^2$$

$$c = \frac{K_r}{M_s} = \frac{58800}{139797/g} = 41.3 \text{ 1/s}^2$$

$$\omega_1^2 = \frac{a+c}{2} - \sqrt{\left(\frac{a-c}{2}\right)^2 + bc} = \frac{981+41.3}{2} - \sqrt{\left(\frac{981-41.3}{2}\right)^2 + 196.2 \times 41.3} = 32.75 \text{ 1/s}^2$$

$$T_1 = 2\pi/\omega_1 = 2\pi/5.72 = 1.1 \text{ s}$$

$$\beta_1 = 2.25 \times \frac{0.2}{1.1} = 0.4$$

$$\psi_{1s} = 1$$

$$\psi_{1r} = \frac{c - \omega_1^2}{c} = \frac{41.3 - 32.75}{41.3} = 0.2$$

$$\mathcal{L}_1 = \frac{139797}{g} \times 1 + \frac{29400}{g} \times 0.2 = \frac{145677}{g} \text{ kN}$$

$$M_1^* = \frac{139797}{g} \times 1^2 + \frac{29400}{g} \times 0.2^2 = \frac{140973}{g} \text{ kN}$$

$$\mathcal{L}_1/M_1^* = 145677/140973 = 1.03$$

$$Q_s = 0.2 \times 0.4 \times 1 \times 1.03 \times 139797 = 11519.3 \text{ kN}$$

$$\overline{Q}_r = 0.2 \times 0.4 \times 0.2 \times 1.03 \times 29400 = 484.5 \text{ kN}$$

$$Q_{s1} = Q_{s0} = \frac{K_s}{\sum_{i=1}^n K_i} Q_s = \frac{81663.4}{467126.8} \times 11519.3 = 2013.8 \text{ kN}$$

$$\overline{Q}_{,1} = \overline{Q}_{,6} = \frac{K_{,1}}{\sum_{i=1}^6 K_{,i}} \overline{Q} = \frac{490000}{2352000} \times 484.5 = 100.9 \text{ kN}$$

$$Q_{,1} = Q_{,6} = \frac{78400}{467126.8} \times 11519.3 = 1933.3 \text{ kN}$$

$$\overline{Q}_{,2} = \overline{Q}_{,5} = \frac{392000}{2352000} \times 484.5 = 80.7 \text{ kN}$$

$$Q_{,2} = Q_{,5} = \frac{73500}{467126.8} \times 11519.3 = 1812.5 \text{ kN}$$

$$\overline{Q}_{,3} = \overline{Q}_{,4} = \frac{294000}{2352000} \times 484.5 = 60.6 \text{ kN}$$

## 二、横向地震力

象多孔简支梁情形一样，连续梁桥的横向地震力也考虑两个振型反应的影响。

计算基本振型反应时，桥墩总的计算刚度采用侧向集合刚度  $K = \sum_{i=1}^n K_{,i}$ ，总的墩顶质量  $M = M_0 + \eta \sum_{i=1}^n M_{,i}$ 。基本圆频率  $\omega_1$  和墩顶侧向地震力  $\overline{Q}$  为

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{K/M} \\ \overline{Q} &= K_{,n} \beta g M \end{aligned} \right\} \quad (3.53)$$

$\overline{Q}$  按各墩的侧向刚度比进行分配。

计算连续梁桥侧向第二振型荷载时，假定墩顶相对于基底为不动点，梁与墩分别计算。墩的计算方法见本章式(3.41)；在墩顶不动的条件下由于连续梁的基本振型为相邻孔反向的半波振动，其基本频率与单孔梁的基本频率相等，梁所受侧向地震力与单孔梁相同，计算方法见本章式(3.48)—(3.49)。

如采用橡胶支座时尚应考虑墩身刚度与橡胶支座刚度的串联作用，计算方法与纵向地震力情形相同。

## 第四章 拱桥的地震力

### 第一节 单 拱

#### 一、自由 振 动

用能量法来求解拱的自由振动问题。

图4.1所示为一等截面圆弧拱，拱圈的半径为 $R$ ，跨度为 $L$ ，张角为 $2\varphi_0$ ，全弧长为 $s_1$ 。设 $u$ 表示在拱平面拱的法向位移， $w$ 表示在拱平面拱的切向位移， $s$ 表示从左拱趾起算的弧长， $\varphi$ 表示弧长 $s$ 所对圆心角， $\varphi = s/R$ ； $v$ 为出拱平面拱的水平位移， $\beta$ 为拱截面角位移。图示箭头指向均表示正方向。

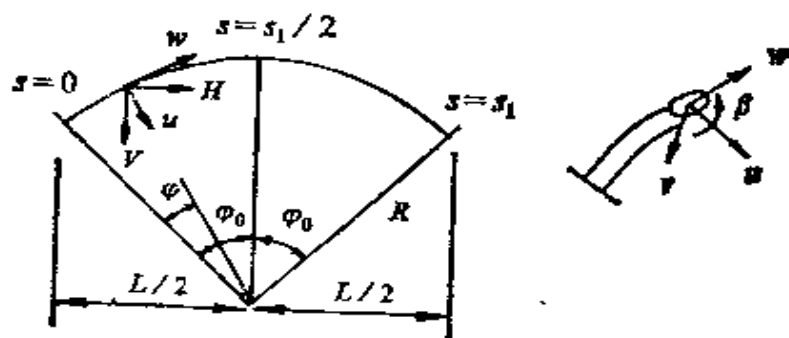


图4.1 单拱计算简图

当结构按在拱平面某一振型振动时，考虑拱的弯曲和轴向压缩变形的影响，体系的位能 $U$ 和动能 $T$ 可写为

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{EI}{2} \int_0^s \left( \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial s} \right)^2 ds + \frac{EA}{2} \int_0^s \left( \frac{\partial w}{\partial s} - \frac{u}{R} \right)^2 ds \\ T &= \frac{m}{2} \int_0^s \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] ds \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

式中  $EI$ ——主拱圈截面抗弯刚度；

$A$ ——主拱圈截面积；

$m$ ——结构沿拱圈每延米质量(包括拱上建筑质量在内)。

如果忽略拱的轴向压缩变形，即

$$\frac{\partial w}{\partial s} = \frac{u}{R} \quad (4.2)$$

则位能与动能式(4.1)可改写为

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{EI}{2} \int_0^s \left( \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial s} \right)^2 ds \\ T &= \frac{m}{2} \int_0^s \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] ds \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

当结构按出拱平面某一振型振动时，考虑拱(曲梁)的弯曲和扭转变形的影响，体系的位能 $U$ 和动能 $T$ 可写为

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{EI_z}{2} \int_0^s \left( \frac{\beta}{R} - \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} \right)^2 ds + \frac{GI_p}{2} \\ &\quad \times \int_0^s \left( \frac{\partial \beta}{\partial s} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial s} \right)^2 ds \\ T &= \frac{m}{2} \int_0^s \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \frac{I_p}{A} \left( \frac{\partial \beta}{\partial t} \right)^2 \right] ds \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

式中  $EI_z$ ——出拱平面抗弯刚度；

$GI_p$ ——扭转刚度， $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ，其中 $\nu$ 为波桑比，对于混



凝土拱，可取 $\nu = 0.15$ 。

拱的基本振型及基本频率的计算步骤如下：

### 1. 在拱平面

(1) 双铰拱。双铰拱的边界条件可写为

$$s=0, s_1: u=0, w=0, M=EI\left(-\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial s}\right)=0 \quad (4.5)$$

根据理论分析和足尺模型试验结果，并满足式(4.5)边界条件，当双铰拱按基本振型(其圆频率为 $\omega$ )振动时，位移 $u, w$ 可写为

$$\left. \begin{aligned} u &= A \sin \frac{2\pi s}{s_1} \sin \omega t \\ w &= B \left(1 - \cos \frac{2\pi s}{s_1}\right) \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

若忽略拱的轴向压缩变形影响，引入关系式(4.2)，则可得拱的径向和切向位移的振幅之间的简单关系式为

$$B = -\frac{s_1}{2\pi R} A \quad (4.7)$$

这可使求解自振圆频率 $\omega$ 的过程简化。

将式(4.6)代入式(4.1)，求出动、位能的最大值，令 $U_{\max} = T_{\max}$ ，得出

$$\left. \begin{aligned} &16\left(\pi^4 + \varphi_0^4 \frac{R^2}{r^2}\right)A^2 - 32\pi\varphi_0\left(\pi^2 + \varphi_0^2 \frac{R^2}{r^2}\right)AB \\ &+ 16\pi^2\varphi_0^2\left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right)B^2 = \phi(A^2 + 3B^2) \\ &\phi^2 = -\frac{ms_1^4\omega^2}{EI} \\ \text{或 } \omega &= \frac{\phi}{s_1^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} = -\frac{\phi}{s_1^2} \sqrt{\frac{EIg}{w}} \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

式中 $r$ ——截面回转半径,  $r^2 = I/A$ ;

$w$ ——结构沿拱圈每延米重量(包括拱上建筑), 此处  $w = mg_0$ 。

由Ritz条件  $\frac{\partial \phi^2}{\partial A} = \frac{\partial \phi^2}{\partial B} = 0$ , 得到

$$\left. \begin{aligned} 2 \left[ 16 \left( \pi^4 + \varphi_0^4 \frac{R^2}{r^2} \right) - \phi^2 \right] A - 32\pi\varphi_0 \\ \left( \pi^2 + \varphi_0^2 \frac{R^2}{r^2} \right) B = 0 \\ - 32\pi\varphi_0 \left( \pi^2 + \varphi_0^2 \frac{R^2}{r^2} \right) A + 2 \left[ 16\pi^2\varphi_0^2 \right. \\ \left. \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - 3\phi^2 \right] B = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

由式(4.9)的系数行列式为零, 得频率方程为

$$\frac{3}{16}\phi^4 - a\phi^2 + b = 0 \quad (4.10)$$

式中 
$$a = 3 \left( \pi^4 + \varphi_0^4 \frac{R^2}{r^2} \right) + \pi^2\varphi_0^2 \left( 1 + \frac{R^2}{r^2} \right)$$

$$b = 16\pi^2\varphi_0^2(\pi^2 - \varphi_0^2) \frac{R^2}{r^2}$$

当无量纲系数 $R/r$ 和 $\varphi_0$ (圆拱半张角)已知, 可由方程(4.10)解出 $\phi$ ,  $\phi$ 的较小根对应最低频率。当  $R/r = 50—300$ ,  $\varphi_0 = 20—60^\circ$ 时, 频率系数 $\phi$ 值列于表4.1中。

若引入简化假定式(4.7), 可直接解出频率系数 $\phi$ 。

$$\phi_0^2 = \frac{16\pi^2(\pi^2 - \varphi_0^2)^2}{\pi^2 + 3\varphi_0^2} \quad (4.11)$$

可见此时 $\phi_0$ 值与 $R/r$ 无关。

表4.1

双铰拱频率系数 $\phi$ 

$R/r \backslash \varphi_0$	20°	30°	40°	50°	60°
50	38.164	36.772	34.938	32.760	30.336
100	38.259	36.851	35.003	32.813	30.377
200	38.281	36.870	35.019	32.826	30.387
300	38.285	36.873	35.022	32.828	30.389
$\phi_0$	38.296	36.838	35.024	32.808	30.364

从表4.1可看出：矢跨比（与 $\varphi_0$ 有关）的变化对 $\phi$ 值影响较大，而 $R/r$ 的变化对 $\phi$ 值影响较小；将 $\phi$ 值与 $\phi_0$ 值相比，可看出忽略拱的轴向压缩变形引起的误差很小。

(2) 无铰拱。无铰拱的边界条件可写为

$$s=0, s_1: u=0, w=0, \frac{\partial u}{\partial s}=0 \quad (4.12)$$

同样，根据理论与试验分析的结果，并满足式(4.12)边界条件，无铰拱按基本振型振动时的位移 $u, w$ 可写为

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq s \leq \frac{s_1}{2} \text{ 时, } u &= A \left[ \left( 1 - \frac{2s}{s_1} \right) - 3 \left( 1 - \frac{2s}{s_1} \right)^3 \right. \\ &\quad \left. + 2 \left( 1 - \frac{2s}{s_1} \right)^4 \right] \sin \omega t \\ w &= B \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{2s}{s_1} \right)^3 - \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{2s}{s_1} \right)^4 \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{5} \left( 1 - \frac{2s}{s_1} \right)^5 - \frac{3}{20} \right] \sin \omega t \end{aligned} \right\} (4.13)$$

另半跨拱 $s_1/2 \leq s \leq s_1$ 的位移式按式(4.13)的反对称曲线处理。

引入简化假定如式(4.2)时，可得出两个位移振幅之间的关系为

$$B = \frac{s_1}{2R} A \quad (4.14)$$

将式(4.13)代入式(4.1), 可如双铰拱一样得出频率方程, 然后求得基本频率系数 $\phi$ 值列于表4.2中。

若引入简化假定式(4.14), 亦可直接解出频率系数 $\phi$ 。

$$\phi_0 = \frac{245 - 23.3\varphi_0^2 + \varphi_0^4}{1 + 0.255\varphi_0^2} \quad (4.15)$$

表4.2 无铰拱频率系数 $\phi$

$\varphi_0$ $R/r$	20°	30°	40°	50°	60°
50	60.270	58.831	56.903	54.606	52.054
100	60.495	59.027	57.121	54.904	52.513
200	60.560	59.163	57.451	55.637	53.953
300	60.600	59.323	57.945	56.795	56.239
$\phi_0$	61.303	59.745	57.692	55.250	52.525

与双铰拱情形相似, 矢跨比(与 $\varphi_0$ 有关)对频率系数的影响较大, 而 $R/r$ 影响较小。忽略拱的压缩变形带来的误差不大。

## 2. 出拱平面

不论在拱平面为无铰拱或双铰拱, 出拱平面情形都可假定为两端固定, 其边界条件为

$$s=0, s_1: v=0, \beta=0, \frac{\partial v}{\partial s}=0 \quad (4.16)$$

出拱平面按基本振型振动时的合理的位移式可写为

$$\left. \begin{aligned} v &= A \left( 1 - \cos \frac{2\pi s}{s} \right) \sin \omega t \\ \beta &= B \sin \frac{\pi s}{s_1} \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

用同样的方法求出频率方程后, 当  $R/r = 50 \sim 300$ ,  $\varphi_0 = 20 \sim 60^\circ$ , 并取  $I_x/I_z = 1$  (公路桥桥面宽度  $\gg$  截面高度, 此条件能满足),  $\nu = 0.15$ , 可解出出拱平面情形的基本频率系数  $\phi$  值, 见表 4.3。

表 4.3 出拱平面情形频率系数  $\phi$

$\varphi_0 \backslash R/r$	20°	30°	40°	50°	60°
50	22.379	22.028	21.669	21.361	21.137
100	22.410	22.051	21.685	21.373	21.145
200	22.418	22.057	21.689	21.376	21.147
300	22.419	22.058	21.690	21.376	21.148

### 3. 计算基本频率的简便法——等效直梁法

由于在拱平面和出拱平面的基本振型振动均以弯曲变形为主, 可设想将主拱圈拉直, 化为跨度等于弧长  $s_1$  的梁, 而拱的基本圆频率可近似地取与这些等效直梁的相应振型的圆频率相等, 而不考虑矢跨比 (或  $\varphi_0$ ) 或  $R/r$  对基本频率的影响。于是, 将基本圆频率的公式写为

$$\omega = \frac{\bar{\phi}}{s_1^2} \sqrt{\frac{EIg}{w}} \quad (4.18)$$

式中  $\bar{\phi}$  ——等效直梁的频率系数。

对于双铰拱在拱平面情形, 等效结构为跨度等于  $s_1$  的简支梁, 其第二振型对应拱的基本振型, 频率系数  $\bar{\phi}$  为

$$\bar{\phi} = 39.48 \quad (4.19)$$

无铰拱在拱平面的等效结构为跨度等于  $s_1$  的两端固定梁, 其第二振型对应拱的基本振型, 频率系数  $\bar{\phi}$  为

$$\bar{\phi} = 61.67 \quad (4.20)$$

出拱平面情形的等效结构仍为两端固定梁, 但其基本振型与拱的基本振型相对应,  $\bar{\phi}$  为

$$\overline{\phi} = 22.37 \quad (4.21)$$

## 二、地 震 力

### 1. 在拱平面

用坐标转换公式将拱的切向、法向振型位移转换为水平、竖向振型位移 $H$ 、 $V$ ，如下式：

$$\left. \begin{aligned} V &= u \cos(\varphi_0 - \varphi) - w \sin(\varphi_0 - \varphi) \\ H &= u \sin(\varphi_0 - \varphi) + w \cos(\varphi_0 - \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

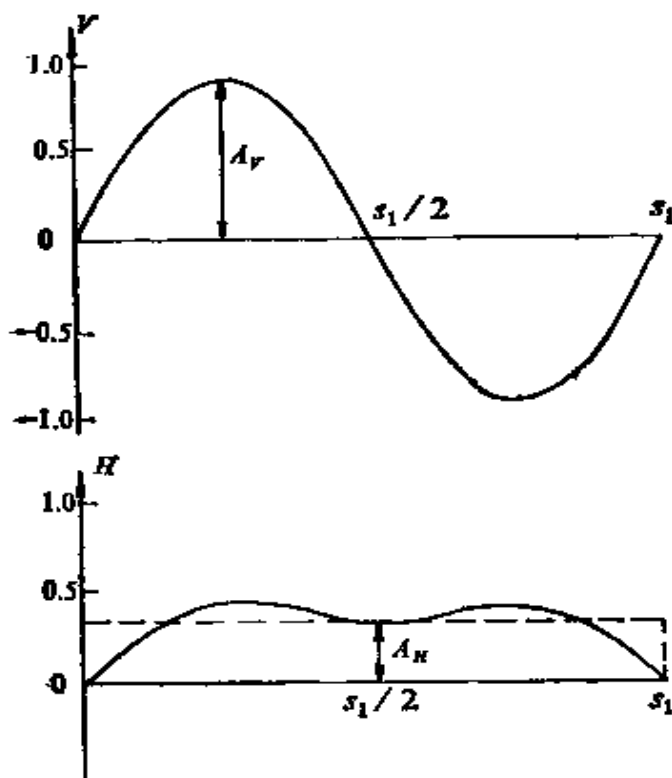


图4.2 拱的竖向与水平振型位移

对于双铰拱或无铰拱，将式(4.6)或(4.13)代入式(4.22)即可求出 $V$ 或 $H$ 。以双铰拱为例，引入振型位移式(4.6)和简化假定式(4.7)，当 $\varphi_0 = 30^\circ$ （相当于 $f/L = 1/7 \sim 1/8$ ）时算出 $V$ 、 $H$ 如图4.2。由图可看出：竖向振型位移 $V$ 的形状与法向振型位移 $u$ 相似，而水平振型位移 $H$ 则接近于沿拱轴为一常数。这种规律与足尺模型试验结果相符。

为了简化拱的地震力分布图，将拱（双铰拱或无铰拱）的振型位移 $V$ 、 $H$ 近似地表示为

$$\left. \begin{aligned} V &= A_V \sin \frac{2\pi s}{s_1} \\ H &= A_H \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

式中

$$A_v = \left( \cos \frac{\varphi_0}{2} - \frac{s_1}{2\pi R} \sin \frac{\varphi_0}{2} \right) A$$

$$A_H = \left( \frac{s_1}{\pi R} \right) A$$

$$A_v/A_H = \frac{\pi R}{s_1} \cos \frac{\varphi_0}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{\varphi_0}{2}$$

根据地震力的反应谱理论，在顺桥向水平地震动条件下，考虑拱的基本振型，可得出拱桥在拱平面沿拱圈每延米地震力的竖向分量 $P_v$ 和水平分量 $P_H$ 为

$$\left. \begin{aligned} P_v &= a_v S_* \frac{w}{g} = a_v K_H \beta w \\ P_H &= a_H S_* \frac{w}{g} = a_H K_H \beta w \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

式中

$$a_v = \gamma V = \frac{V \int_0^1 H \frac{w}{g} ds}{\int_0^1 (H^2 + V^2) \frac{w}{g} ds}$$

$$a_H = \gamma H = \frac{H \int_0^1 H \frac{w}{g} ds}{\int_0^1 (H^2 + V^2) \frac{w}{g} ds}$$

$$\gamma = \frac{\int_0^1 H \frac{w}{g} ds}{\int_0^1 (H^2 + V^2) \frac{w}{g} ds}$$

将振型位移式(4.23)代入，可得

$$\left. \begin{aligned} a_v &= \frac{A_v/A_H}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{A_v}{A_H} \right)^2} \sin \frac{2\pi s}{s_1} \\ a_H &= \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{A_v}{A_H} \right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

$a_v$ ,  $a_H$  的数值随半张角  $\varphi_0$  (或矢跨比) 的大小而变化, 如表 4.4 所示。

表 4.4 计 算 系 数  $a_v, a_H$

$\varphi_0$	20°	30°	40°	50°	60°
$a_v / \sin \frac{2\pi s}{s_1}$	0.416	0.573	0.673	0.707	0.677
$a_H$	0.096	0.207	0.346	0.498	0.645

## 2. 出拱平面

在顺河向水平地震动条件下拱桥出拱平面沿拱轴每延米水平地震力  $P_z$  可近似写为

$$\left. \begin{aligned} P_z &= a_z S_s \frac{w}{g} = a_z K_H \beta w \\ a_z &= \gamma_z v = \frac{2}{3} \left( 1 - \cos \frac{2\pi s}{s_1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

## 三、《公路规范》的规定

(1) 等截面圆弧拱的基本周期按下式计算:

$$T_1 = \xi_r s_1^2 \sqrt{\frac{w}{EIg}} \quad (4.27)$$

式(4.27)中  $\xi_r$  与频率系数  $\phi$  之间有如下关系:



$$\xi_r = \frac{2\pi}{\phi} \quad (4.28)$$

$\xi_r$ 的取值按表4.5。

表4.5 计 算 系 数  $\xi_r$

$f/L$		1/4	1/5	1/6	1/7	1/8
$\varphi_0$		53.13°	43.60°	36.87°	31.89°	28.07°
在拱平面	双 铰	0.196	0.184	0.176	0.172	0.169
	无 铰	0.117	0.112	0.109	0.107	0.106
出 拱 平 面		0.288				

(2) 为了简化拱的内力计算,《公路规范》规定:沿拱轴分布的地震力所引起的拱的地震内力按内力系数法<sup>1)</sup>计算。

顺桥向地震动产生的竖向地震力 $P_v$ 引起拱圈内力 $S_v$ 为

$$S_v = P_v \phi_v \quad (4.29)$$

顺桥向地震动产生的水平地震力 $P_H$ 引起拱圈内力 $S_H$ 为

$$S_H = P_H \phi_H \quad (4.30)$$

横桥向地震动产生的水平地震力 $P_z$ 引起拱圈内力 $S_z$ 为

$$S_z = P_z \phi_z \quad (4.31)$$

式中 $\phi_v$ ,  $\phi_H$ ,  $\phi_z$ ——内力系数(见附录)。

**【例4.1】** 某圆弧无铰拱桥,跨度 $L=22\text{m}$ ,矢高 $f=3.29\text{m}$ ,矢跨比 $f/L=1/6.7$ ,波宽 $b=1.5\text{m}$ ,三波。混凝土弹性模量 $E=2.94 \times 10^7 \text{kN/m}^2$ ,地震烈度Ⅶ,  $K_H=0.1$ ,Ⅰ类场地。按《公路规范》,取重要性系数 $c_I=1$ ,综合影响系数 $c_Z=0.35$ 。求拱的地震内力。

**【解】** 1. 基本计算参数

$W_A$ ——一孔拱桥重,包括拱肋、拱波、桥面系、拱上建筑等,

1) 所列内力系数表由项海帆等研究制订。

$$W_A = 1603.2 \text{ kN}$$

$w_A$ ——沿拱圈单位弧长平均重量,  $w_A = 63.7 \text{ kN/m}$

$I_A$ ——主拱圈惯性矩, 纵向为  $0.0166 \text{ m}^4$ , 横向为  $1.863 \text{ m}^4$

## 2. 纵向地震力

### (1) 基本自振周期:

$$T_1 = \xi_T s_1^2 \sqrt{w_A / (EIg)}$$

$$= 0.108 \times 23^2 \sqrt{63.7 / (2.94 \times 10^7 \times 0.0166 \times 9.8)} = 0.21 \text{ s}$$

$$\beta = 2.25$$

### (2) 基本振型荷载:

$$P_V = c_I c_Z K_H \beta w_A a_V$$

$$= 1 \times 0.35 \times 0.1 \times 2.25 \times 63.7 \times 0.59 \sin \frac{2\pi s}{s_1}$$

$$= 2.96 \sin \frac{2\pi s}{s_1} \text{ kN/m}$$

$$P_H = c_I c_Z K_H \beta w_A a_H$$

$$= 1 \times 0.35 \times 0.1 \times 2.25 \times 63.7 \times 0.23$$

$$= 1.15 \text{ kN/m}$$

## 3. 横向地震力

### (1) 基本自振周期:

$$T_1 = \xi_T s_1^2 \sqrt{w_A / (EIg)}$$

$$= 0.288 \times 23^2 \sqrt{63.7 / (2.94 \times 10^7 \times 1.863 \times 9.8)} = 0.052 \text{ s}$$

$$\beta = 1.65$$

### (2) 基本振型荷载:

$$P_Z = c_I c_Z K_H \beta w_A a_Z$$

$$= 1 \times 0.35 \times 0.1 \times 1.65 \times 63.7 \times \frac{2}{3} \left( 1 - \cos \frac{2\pi s}{s_1} \right)$$

$$= 3.68 \times \frac{2}{3} \left( 1 - \cos \frac{2\pi s}{s_1} \right) \text{ kN/m}$$

#### 4. 地震内力

按《公路规范》内力系数表求拱的地震内力，结果见表4.6。

表4.6

内 力 \ 荷 载		纵 向			横 向
		$S_H$	$S_V$	$S=S_H+S_V$	$S_Z$
L/2	M(kN·m)	0	0	0	64.88
	Q(kN)	1.35	6.96	8.26	0
	N(kN)	0	0	0	—
L/4	M(kN·m)	4.31	17.84	22.15	5.00
	Q(kN)	0.49	3.23	3.72	21.95
	N(kN)	7.15	5.78	12.94	—
0	M(kN·m)	9.70	32.14	41.85	146.80
	Q(kN)	5.29	11.76	17.05	26.95
	N(kN)	11.66	6.86	18.52	—

## 第二节 连 拱

### 一、自由振动

#### 1. 纵向自由振动

桥梁的上部结构的质量通常要大于桥墩，在动力计算简图中形成“倒摆”式结构，这个特点以及由此而引出的一系列简化计算假定已在第三章梁式桥中讨论过。公路连拱桥的上部结构（主拱圈加拱上建筑）的总质量比桥墩大得更多，甚至可能大一个数量级，因此梁式桥所引入的那些简化假定在这里亦可沿用。

如图4.3所示的连拱桥， $i$ 号墩墩顶计算集中质量 $M_i$ 可取

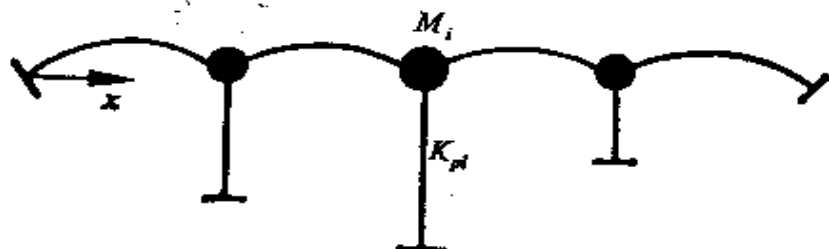


图4.3 连拱桥计算简图

$$M_i = M_A + \frac{1}{4} M_{Pi} \quad (4.32)$$

式中 $M_A$ ——一孔拱桥(包括拱上建筑)的上部结构质量;

$M_{Pi}$ —— $i$ 号墩墩身质量，折算系数取 $\eta = 1/4$ 。

连拱体系的基本圆频率 $\omega_1$ 为

$$\omega_1 = \sqrt{K_1^*/M_1^*} \quad (4.33)$$

式中 $K_1^*$ ——广义刚度， $K_1^* = \sum_{i=1}^n K_{Pi} (\bar{u}_{1,i})^2 + K_A \sum_{i=0}^n (\bar{u}_{1,i+1} -$

$\bar{u}_{1,i})^2$ ，其中 $K_{Pi}$ 为墩顶推力刚度， $K_{Pi} = 3E_i I_i / H_i^3$ ， $E_i I_i$ 为 $i$ 号墩截面抗弯刚度， $H_i$ 为墩高； $K_A$ 为拱趾相向推力刚度， $K_A = EI / (R_0^3 \varphi)$ ， $\varphi = \varphi_0 (1 + 2\cos^2 \varphi_0) - 3\sin \varphi_0 \cos \varphi_0$ ， $EI$ 为主拱圈截面抗弯刚度， $R_0$ 为拱轴半径， $\varphi_0$ 为拱圈半张角；

$M_1^*$ ——广义质量， $M_1^* = \sum_{i=1}^n M_i (\bar{u}_{1,i})^2$ ；

$\mathcal{L}_1$ ——地震参与系数， $\mathcal{L}_1 = \sum_{i=1}^n M_i \bar{u}_{1,i}$ 。

对于等跨度连拱和柔性墩情形，基本振型位移 $\bar{u}_{1,i}$ 可取中间墩顶为1，两岸桥台为0，其余墩顶按线性插入。当连拱的孔数为奇数时，可取河中两座墩顶的振型位移值为1，全桥振型位移 $\bar{u}_{1,i}$ 呈梯形图。

对于第二振型，由于上部结构质量的影响，墩顶可视为不动点，于是桥墩与主拱圈可分别进行计算，而无需考虑它们之间的耦联。这就是说，主拱圈按拱趾无纵向位移的单孔拱（无铰拱或双铰拱视拱趾与墩顶的实际联结条件而定）计算，如本章第一节；而桥墩按墩顶简支的伸臂梁逐墩计算，如第三章第二节。

## 2. 横向自由振动

公路拱桥桥面都比较宽，上部结构的质量和侧向刚度相对于桥墩来说都比较大。在计算以墩身振动为主的第一振型时可假定主拱圈（包括拱上建筑）为刚体，将整孔拱桥（即相邻两半孔之和）的质量集中于墩顶，计入墩身折算质量 $\frac{1}{4}M_{pi}$ ，按单质点系统逐墩计算。故*i*号墩的基本圆频率 $\omega_{1i}$ 为

$$\omega_{1i} = \sqrt{K_i/M_i} \quad (4.34)$$

式中 $K_i$ ——*i*号墩横向墩顶推力刚度；

$M_i$ ——*i*号墩顶集中质量，同式(4.32)。

同样，对于第二振型亦可假定墩顶质点为相对于基底的不动点，拱与墩分别进行计算。主拱圈的侧向振动按本章第一节单拱出拱平面情形进行；墩身按顶端简支的伸臂梁逐墩处理，其圆频率和振型函数均采用与纵向情形相同的公式，但截面抗弯刚度的取值应改为横向。

## 二、地 震 力

### 1. 纵向地震力

当水平地震动作用于图4.3所示连拱的纵向时，体系基本振型反应中第*i*号墩顶的最大位移和最大加速度可写为

$$\begin{aligned} u_{1i} &= \eta_1 \bar{u}_{1i} S_d \\ \ddot{u}_{1i} &= \eta_1 \ddot{\bar{u}}_{1i} S_d \end{aligned} \quad (4.35)$$

式中 $\eta_1$ ——基本振型参与系数， $\eta_1 = \mathcal{L}_1/M_1^*$ ；

$S_d, S_a$ ——与基本频率 $\omega_1$ 相应的位移谱值和加速度谱值,

$$S_d = S_a / \omega_1^2.$$

作用于 $i$ 号墩顶的纵向水平集中力 $Q_{Pi}$ 可表示为

$$Q_{Pi} = K_{Pi} u_{1i} \quad (4.36)$$

但在计算墩身内力时, 应假定墩顶为自由。

第 $i$ 孔拱除了承受假定沿拱圈为均布(与单拱情形地震力水平分量的分布规律相同)的水平地震力 $q_{Ai}$ 外, 还承受作用于拱趾的相向水平推力 $Q_{Ai}$ :

$$q_{Ai} = m_{Ai} \frac{\ddot{u}_{1, i-1} + \ddot{u}_{1i}}{2} \quad (4.37)$$

$$Q_{Ai} = K_{Ai} (u_{1, i-1} - u_{1i}) \quad (4.38)$$

式中 $m_{Ai}$ ——第 $i$ 孔拱圈每单位长度的质量(包括拱上建筑);

$K_{Ai}$ ——第 $i$ 孔拱拱趾相向推力刚度, 如式(4.33)。

对于纵向第二振型反应, 由于引入墩顶为不动点的假定, 拱与墩分别进行计算: 拱按单拱情形计算沿主拱圈反对称分布的竖向和水平地震力, 可写为

$$\left. \begin{aligned} P_{Av} &= \alpha_v K_H \beta w_A \\ P_{Ah} &= \alpha_H K_H \beta w_A \end{aligned} \right\} \quad (4.39)$$

式中 $w_A$ ——沿拱圈每单位长度的重量,  $w_A = m_A g$ 。

$\alpha_v, \alpha_H$ 按表4.4取值。

墩身则可通过逐墩计算顶端简支的伸臂梁的第一振型来确定墩身的第二振型反应。此时沿墩身分布的地震力 $P_{Pi}$ ,

$$P_{Pi} = \eta_P \psi_P K_H \beta w_{Pi} \quad (4.40)$$

式中 $w_{Pi}$ —— $i$ 号墩墩身每单位高度的重量;

$\eta_P$ ——振型参与系数, 可取 $\eta_P = 1.3$ ;

$\psi_P$ ——振型位移,  $\psi_P$ 及相应的自振圆频率参照式(3.41)计算。

于是, 连拱桥总的地震反应可近似地取整体的基本振型反应

〔拱的地震力分解为沿拱圈均布的水平力如式(4.37)和拱趾相向推力如式(4.38)两部分,墩承受墩顶水平力如式(4.36),如图4.4a所示〕所引起的结构内力或位移和第二振型反应〔拱的地震力按单拱情形分解为反对称的竖向力和水平力如式(4.39),墩承受沿墩高分布的水平力如式(4.40),如图4.4b所示〕所引起的结构内力或位移按平方和的方根取值进行组合得出,可表示为

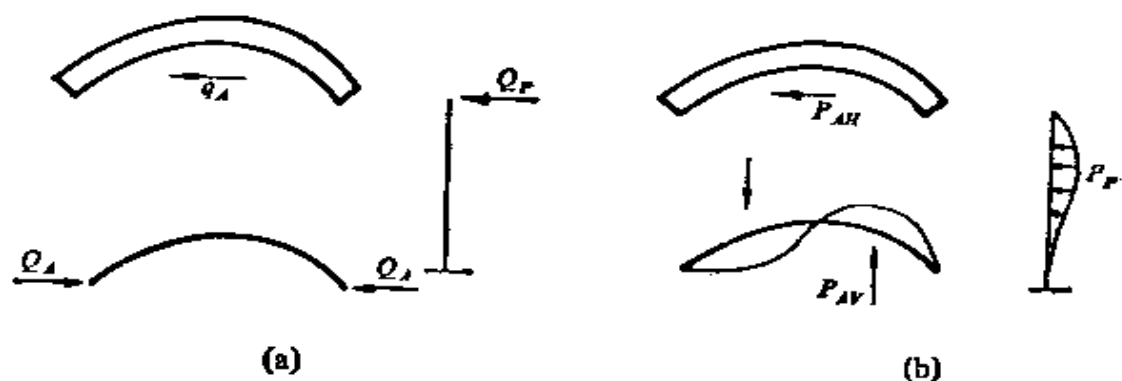


图4.4 连拱桥纵向地震力  
(a)基本振型荷载; (b)第二振型荷载

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2} \quad (4.41)$$

或写为

$$\left. \begin{aligned} \text{拱: } S_A &= \sqrt{[S_1(q_A) + S_1(Q_A)]^2 + [S_2(P_{AH}) + S_2(P_{AV})]^2} \\ \text{墩: } S_P &= \sqrt{[S_1(Q_P)]^2 + [S_2(P_P)]^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.42)$$

## 2. 横向地震力

当水平地震动横向作用于图4.3所示连拱时,考虑拱的质量和侧向刚度与墩的质量和侧向刚度相比要大得多的特点,横向第一振型反应可逐墩按单质点系计算,而将整孔拱的全部质量集中到墩顶,并与墩身折算质量叠加。墩顶质点的最大地震力可写为

$$Q_{Px1} = M_i S_A \quad (4.43)$$

主拱圈所受最大横向力 $q_{Az}$ 为均布力

$$q_{Az} = m_A S_e \quad (4.44)$$

如图4.5a所示。

横向第二振型可仿照纵向情形假定墩顶为相对于基底的不动点，拱圈与墩身分别计算：如图4.5b，拱圈按单拱情形，横向地震力沿拱圈按正弦曲线分布；墩身按顶端简支伸臂梁计算自振频率和振型，地震力按式(4.40)计算，其计算方法与纵向相同。

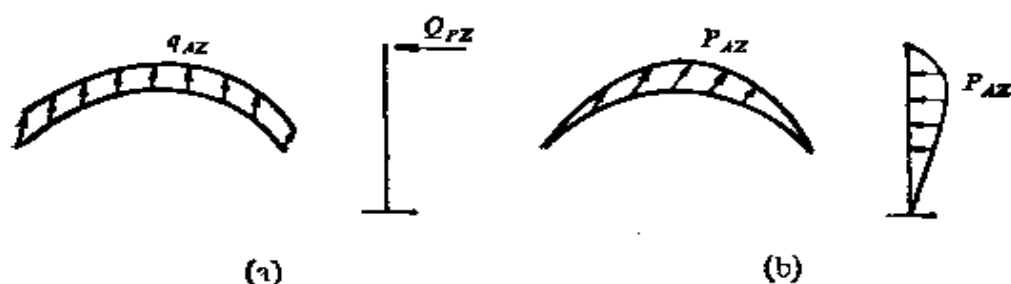


图4.5 连拱桥横向地震力  
(a)基本振型荷载；(b)第二振型荷载

拱圈与桥墩所受总的横向地震力可分别求出基本振型反应〔拱承受均布的横向力 $q_{Az}$ 如式(4.44)，墩承受墩顶集中横向力 $Q_{Pz}$ 如式(4.43)〕所引起的结构内力或位移和第二振型反应〔拱承受沿拱圈分布的横向力 $P_{Az}$ ，与单拱一样；墩承受沿墩高分布的横向力 $P_{Pz}$ ，与纵向相似〕所引起的结构内力或位移按平方和的方根进行组合得出，用公式表示为

$$\left. \begin{aligned} \text{拱: } S_A &= \sqrt{[S_1(q_{Az})]^2 + [S_2(P_{Az})]^2} \\ \text{墩: } S_P &= \sqrt{[S_1(Q_{Pz})]^2 + [S_2(P_{Pz})]^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

【例4.2】 四孔连拱桥，上部结构与例4.1相同，墩高 $H = 9\text{m}$ ，双柱式墩直径 $d = 0.9\text{m}$ 。求连拱的地震力。

【解】 1. 基本计算参数



$$W_A = 1603.2 \text{ kN}$$

$W_p$ ——座墩身重,  $W_p = 280.3 \text{ kN}$

$W_i$ —— $i$ 号墩顶集中重量,  $W_i = W_A + \frac{1}{4}W_p = 1673.2 \text{ kN}$

$$w_1 = W_2 = W_3$$

$$w_A = 63.7 \text{ kN/m}$$

$w_p$ ——墩身每延米重,  $w_p = 31.2 \text{ kN/m}$

$I_A$ ——纵向:  $I_A = 0.0166 \text{ m}^4$ ; 横向:  $I_A = 1.863 \text{ m}^4$

$I_p$ ——墩截面惯性矩, 纵向:  $I_p = 0.064 \text{ m}^4$ ; 横向:

$$I_p = 0.258 \text{ m}^4$$

$K_A$ ——拱趾相向推力刚度,  $\varphi = \varphi_0(1 + 2\cos^2\varphi_0) - 3\cos\varphi_0\sin\varphi_0$   
 $= 0.017$  (式中  $\varphi_0 = 0.5767$ ),  $K_A = EI/(R_0^3\varphi) = 3588.5$   
 $\text{kN/m}$  (式中  $R_0 = 20 \text{ m}$ )

$K_p$ ——墩顶推力刚度, 纵向:  $K_p = 7742 \text{ kN/m}$ ; 横向:

$$K_p = 31213 \text{ kN/m}$$

## 2. 纵向地震力

### (1) 基本振型:

$$M_1^* = \sum_{i=1}^3 \frac{W_i}{g} [\overline{u_{1i}}]^2 = \frac{1673.2}{g} (0.5^2 + 1 + 0.5^2)$$

$$= \frac{2509.8}{g} \text{ kN} = 256 \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$K_1^* = K_A \sum_{i=0}^3 [\overline{u_{1,i+1}} - \overline{u_{1i}}]^2 + \sum_{i=1}^3 K_{pi} [\overline{u_{1i}}]^2$$

$$= 3588.5 [0.5^2 + 0.5^2 + 0.5^2 + 0.5^2] + 7742 [0.5^2 + 1^2 + 0.5^2] = 15201 \text{ kN/m}$$

$$\omega_1 = \sqrt{K_1^*/M_1^*} = \sqrt{15201/256} = 7.7 \text{ 1/s}$$

$$T_1 = 2\pi/\omega_1 = 0.82s$$

$$\beta = 0.84$$

$$\eta_1 = \mathcal{L}_1/M_1^* = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{W_i}{g} \bar{u}_{1i}}{M_1^*} = \frac{1673.2}{2509.8/g} (0.5 + 1 + 0.5) = 1.3$$

(2) 第二振型:

$$\text{拱 } T = 0.21s$$

$$\beta = 2.25$$

$$\text{墩 } \omega_{r2} = 15.42 \sqrt{EIg/(w_r H^4)}$$

$$= 15.42 \sqrt{\frac{2.94 \times 10^7 \times 0.064 \times 9.8}{31.2 \times 9^4}} = 146 \text{ 1/s}$$

$$T_{r2} = 0.042s$$

$$\beta = 1 + 12.5 \times 0.042 = 1.525$$

(3) 基本振型荷载:

$$\text{拱 } q_A = c_I c_Z w_A K_H \beta \eta_1 \frac{\bar{u}_{1, i-1} + \bar{u}_{1i}}{2} = 1 \times 0.35 \times 63.7$$

$$\times 0.1 \times 0.84 \times 1.3 \frac{1+0.5}{2} = 1.83 \text{ kN/m}$$

$$Q_A = c_I c_Z K_A K_H \beta \frac{g}{\omega_1^2} \eta_1 (\bar{u}_{1, i-1} - \bar{u}_{1i})$$

$$= 1 \times 0.35 \times 3588.5 \times 0.1 \times 0.84 \times \frac{9.8}{7.7^2}$$

$$\times 1.3(1 - 0.5) = 11.33 \text{ kN (或 } \delta_A = 0.00316 \text{ m)}$$

$$\text{墩 } Q_r = c_I c_Z K_r K_H \beta \frac{g}{\omega_1^2} \eta_1 \bar{u}_{1i} = 1 \times 0.35 \times 7742 \times 0.1$$

$$\times 0.84 \times \frac{9.8}{7.7^2} \times 1.3 \times 1 = 48.91 \text{ kN}$$

(4) 第二振型荷载:

$$\text{拱 } P_{Av} = 2.96 \sin \frac{2\pi s_1}{s_1} \text{ kN/m}$$

$$P_{AB} = 1.15 \text{ kN/m}$$

$$\begin{aligned} \text{墩 } P_p &= c_I c_Z w_p K_H \beta \eta_{p2} \psi_{p2} \\ &= 1 \times 0.35 \times 31.2 \times 0.1 \times 1.525 \times 1.3 \times 3.846 \\ &\quad [(1-y/H) - 3(1-y/H)^3 + 2(1-y/H)^4] \\ &= 2.16 \times 3.846 [(1-y/H) - 3(1-y/H)^3 \\ &\quad + 2(1-y/H)^4] \text{ kN/m} \end{aligned}$$

3. 横向地震力

(1) 基本振型:

$$\omega_1 = \sqrt{K_{p1}/M_1} = \sqrt{31213 \times 9.8 / 1673.2} = 13.5 \text{ 1/s}$$

$$T_1 = 0.46 \text{ s}$$

$$\beta = 1.48$$

(2) 第二振型:

$$\text{拱 } T_1 = 0.052 \text{ s}$$

$$\beta = 1.65$$

$$\begin{aligned} \text{墩 } \omega_{p2} &= 15.42 \sqrt{EIg/(w_p H^4)} \\ &= 15.42 \sqrt{2.94 \times 10^7 \times 0.258 \times 9.8 / (31.2 \times 9^4)} \\ &= 294 \text{ 1/s} \end{aligned}$$

$$T_{p2} = 0.021 \text{ s}$$

$$\beta = 1 + 12.5 \times 0.021 = 1.26$$

(3) 基本振型荷载:

$$\begin{aligned} \text{拱 } q_{Az} &= c_I c_Z w_A K_H \beta = 1 \times 0.35 \times 63.7 \times 0.1 \times 1.48 \\ &= 3.3 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

表4.7

荷载	基 本 振 型	第 二 振 型			$S=\sqrt{S_1^2+S_2^2}$		
		$S(q_A)$	$S(Q_A)$	$S_1=S(q_A)+S(Q_A)$			
L/2	M(kN·m)	0	45.5	45.5	0	0	45.5
	Q(kN)	2.1	0	2.1	1.3	7.0	8.3
	N(kN)	0	41.7	41.7	0	0	41.7
L/4	M(kN·m)	6.8	11.0	17.8	4.3	17.8	22.1
	Q(kN)	0.7	11.9	12.6	0.5	3.2	3.7
	N(kN)	11.2	39.9	51.1	7.2	5.8	13.0
0	M(kN·m)	15.4	91.6	107.0	9.7	32.1	41.8
	Q(kN)	8.2	22.7	30.9	5.3	11.8	17.1
	N(kN)	18.4	34.9	53.3	11.7	6.9	18.6

$$\begin{aligned}\text{墩 } Q_{FZ} &= c_I c_Z W_i K_H \beta = 1 \times 0.35 \times 1673.2 \times 0.1 \times 1.48 \\ &= 86.7 \text{ kN}\end{aligned}$$

(4) 第二振型荷载:

$$\begin{aligned}\text{拱 } P_{AZ} &= 3.68 \times \frac{2}{3} \left( 1 - \cos \frac{2\pi s_i}{s_1} \right) \\ &= 2.45 \left( 1 - \cos \frac{2\pi s_i}{s_1} \right) \text{ kN/m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{墩 } P_{FZ} &= c_I c_Z w_F K_H \beta \psi_{FZ} \\ &= 1 \times 0.35 \times 31.2 \times 0.1 \times 1.26 \times 1.3 \times 3.846 \\ &\quad [(1-y/H) - 3(1-y/H)^3 + 2(1-y/H)^4] \\ &= 1.79 \times 3.846 [(1-y/H) - 3(1-y/H)^3 \\ &\quad + 2(1-y/H)^4] \text{ kN/m}\end{aligned}$$

#### 4. 地震内力

(1) 拱纵向内力见表4.7。

(2) 拱横向内力见表4.8。

表4.8

荷载 内 力		基 本 振 型	第 二 振 型	$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2}$
		$S_1(q_{AZ})$	$S_2(P_{AZ})$	
L/2	M(kN·m)	52.9	64.9	83.7
	Q(kN)	0	0	0
L/4	M(kN·m)	1.5	5.0	5.2
	Q(kN)	18.1	22.0	28.5
0	M(kN·m)	149.5	146.8	209.5
	Q(kN)	36.3	27.0	45.2

(3) 墩底内力见表4.9。

表4.9

内 力	荷 载	基 本 振 型	第 二 振 型	$S=\sqrt{S_1^2+S_2^2}$
		$S_1(Q_P)$	$S_2(P_P)$	
纵向	$M(\text{kN}\cdot\text{m})$	440.1	56.2	443.7
	$Q(\text{kN})$	48.9	33.7	59.4
横向	$M(\text{kN}\cdot\text{m})$	779.7	46.0	781.1
	$Q(\text{kN})$	86.6	27.5	90.9

## 第五章 地震水压力与地震土压力

### 第一节 地震水压力<sup>1)</sup>

挡水结构(水坝)和浸水结构(桥墩)的地震水压力问题实质上是在地震作用下结构与水的相互作用问题。这是一个十分复杂的、不容忽视的问题。自从1933年H. M. Westergaard 首先提出地震时作用在挡水坝上的动水压力论文以来,地震水压力问题已引起各国学者的广泛兴趣和重视。随着地震工程学的不断发展以及工程实践的需要,各国学者曾先后对迎水面形状、激振荷载性质、面波影响、水的压缩性、坝体变形等因素对地震水压力的影响进行过研究并取得了一定成果。由于考虑了上述种种影响因素,致使地震水压力的计算表达式异常复杂,有的甚至无法列成图表进行计算。就桥墩而言,目前各国规范所给出的地震水压力计算公式大多是以水中刚性圆柱体或棱柱体在正弦地面运动作用下的理论解为基础,因而计算简单,使用方便。

#### 一、动水压力系数 $K_w$

尽管各国抗震设计规范中列出的地震水压力计算公式是各种各样的,但由于这些公式采用的几乎都是附加质量的计算模式,因此都可化为圆柱体水柱重量或棱柱体水柱重量乘以水平地震系数 $K_H$ 和动水压力系数 $K_w$ 来表示:

---

1) 本节由陆干文撰写。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{对圆形截面墩} & P = K_w K_H \gamma \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 H \\ \text{对矩形截面墩} & P = K_w K_H \gamma D^2 H \end{array} \right\} \quad (5.1)$$

式中  $P$ ——总动水压力(基底剪力);

$K_w$ ——动水压力系数;

$K_H$ ——水平地震系数;

$\gamma$ ——水的容重;

$D$ ——截面直径(圆形截面)或截面边长(方形截面);

$H$ ——水深。

动水压力系数 $K_w$ 一般都是以 $R/H$ 为参数的某种曲线,但曲线形状各国规范规定得不尽相同,如表5.1所示。表中 $R$ ,对矩形墩为垂直于地震作用方向桥墩截面边长之半,圆形墩则为半径; $H$ 为水深。动水压力系数 $K_w$ 随参数 $R/H$ 的变化用图表示如图5.1和5.2。

表5.1 动水压力系数 $K_w$

规范名称	SDJ 10-78①	TJT 201-84②	苏联 СНН II - 7-81	日本 1980	印度 ZS: 1893-1975
$K_w$					
圆形墩	$0.5$ $(R/H)^{0.2}$	$c_1$ 列表给出	$\frac{1}{1+R/H}$	$0.75-0.375$ $R/H$	$c_2$ 列表给出
方形墩	$0.5$ $(R/H)^{0.2}$	$c_1$ 列表给出	$\frac{1}{1+R/H}$	$0.75-0.375$ $R/H$	$\frac{4}{\pi} c_2$

注: ①该规范为《水工抗震规范(SDJ10-78)》, 以下简称《水工规范》;

②该规范为《水运抗震规范(TJT201-84)》, 以下简称《水运规范》。

动水压力系数 $K_w$ 的差异实际上就是桥墩因地震水压力所产生的基底剪力的差异。而地震水压力的主要影响因素 $R/H$ 同时也是表征结构柔度的参数。各国规范对 $K_w$ 值描述的总趋势是一致的,  $K_w$ 值随 $R/H$ 的增大而减小。

在 $R/H = 0.1 \sim 1.0$ 范围内, 各国规范 $K_w$ 值的差异颇大(例如



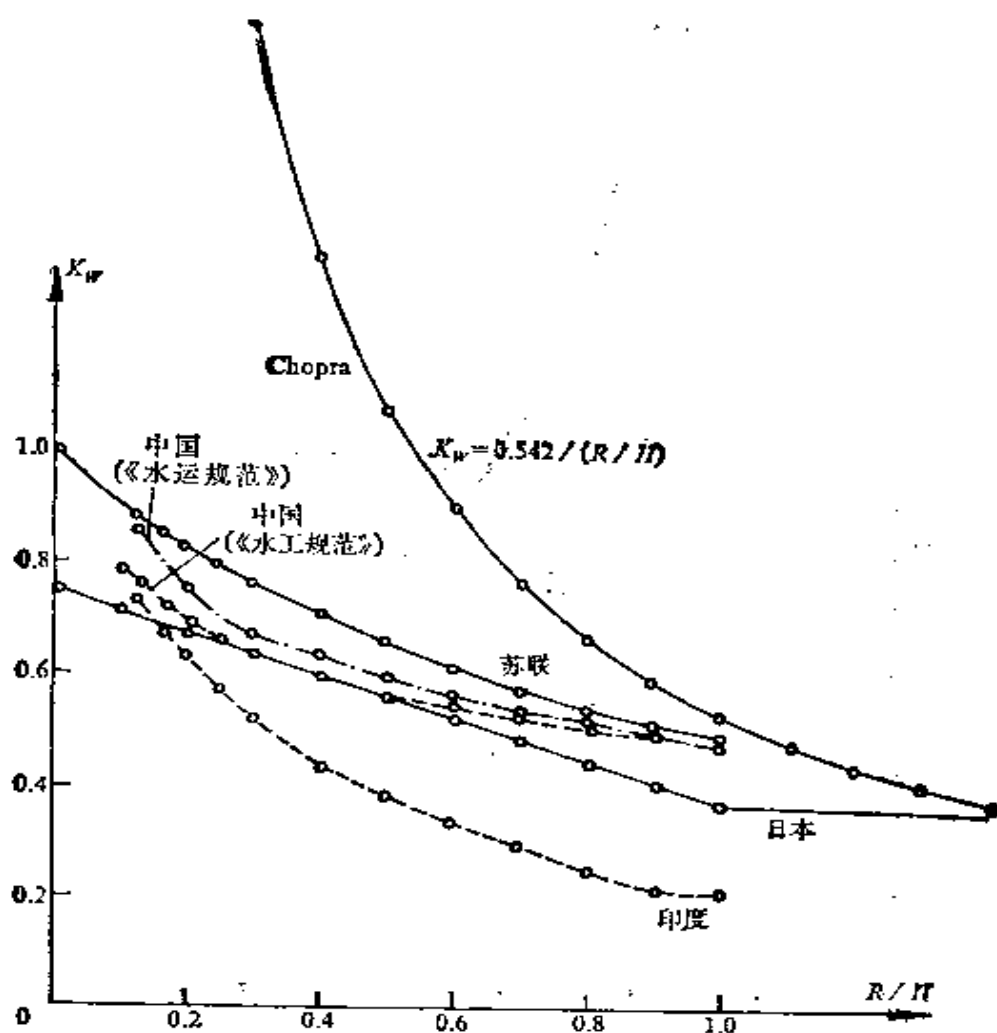


图5.1  $K_w$ 与 $R/H$ 之间的关系(圆形截面)

印度与苏联), 但日本规范的 $K_w$ 值介于苏联和印度之间。就现代桥梁而言,  $R/H$ 值的变化一般在0.1—0.5之间, 多数偏于下限值。当 $R/H$ 在0.2—0.5范围内变化时, 我国《水工规范》同《日本道路桥抗震规范》的 $K_w$ 值几乎相等, 即使在 $R/H = 0.1$ 时,  $K_w$ 值亦仅相差10%左右。但值得强调指出的是, 图5.1和5.2表明, 无论是圆形墩或矩形墩, 当 $R/H < 1$ 时, 所有的 $K_w$ 值均远远低于刚性假定的

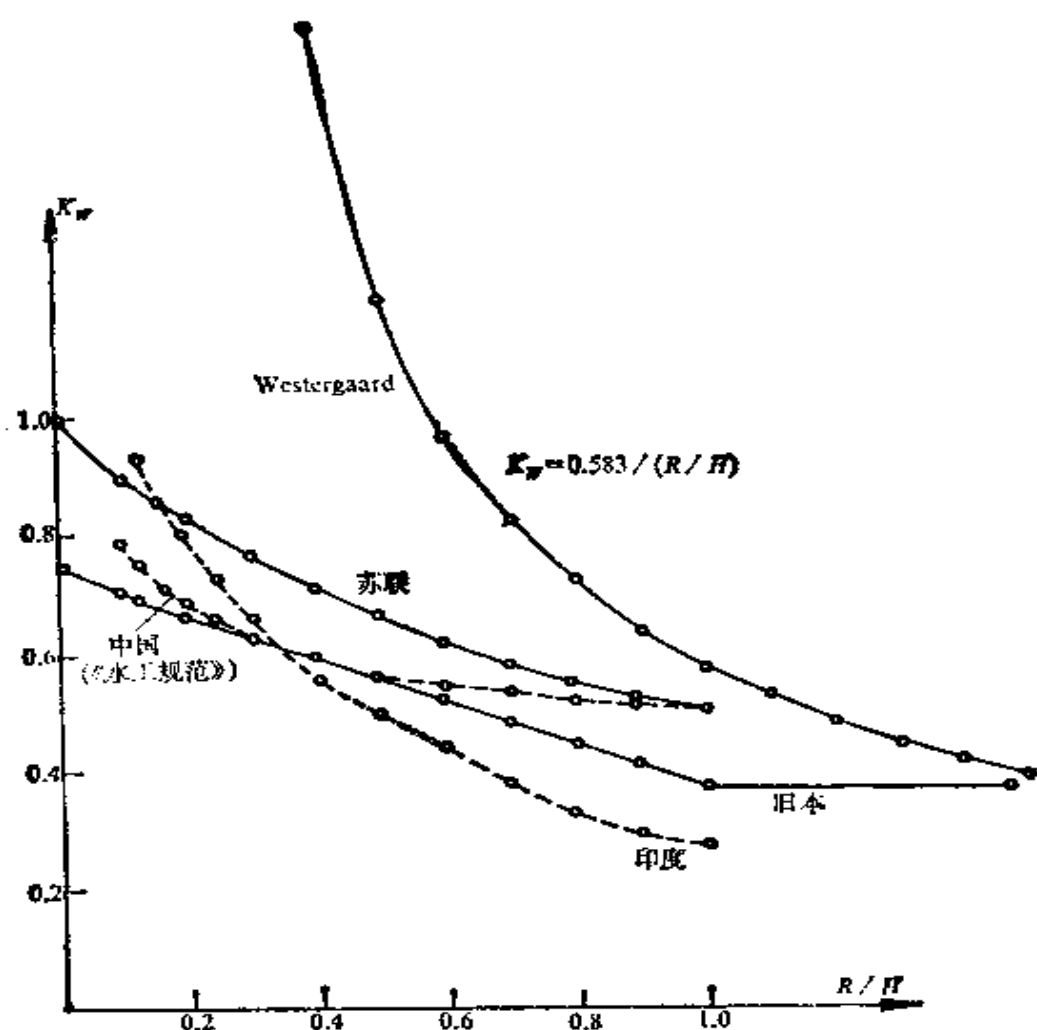


图5.2  $K_w$ 与 $R/H$ 之间的关系(方形截面)

Chopra公式和Westergaard公式。由此可见，四国规范虽均以刚性结构在水中振动作为计算的基本假定，但都已作了不同程度的调整。

另一方面，在《日本道路桥抗震规范(1980年)》中，还考虑到结构平面尺寸的变化，并规定：当 $b/h > 3.1$ 时，即 $R/H > 1.55$ 时，才采用Westergaard公式。显然，满足上述比值的桥墩已不再是梁式

悬臂结构，而是一端固定，一端自由的板式结构，故容许使用挡水坝的地震水压力公式。这一规定，对于实体式矩形墩计算顺桥向地震水压力是合乎实际的。

## 二、基底弯矩

地震水压力引起的基底弯矩可表示为

$$M = K_M K_H \gamma \frac{\pi}{4} D^2 H^2 \quad (5.2)$$

式中  $M$ ——基底弯矩；

$K_M$ ——基底弯矩系数。

其余参数与式(5.1)相同。

地震水压力所产生的基底弯矩是指一般冲刷线处墩身截面的弯矩，它与地震水压力的合力作用点位置有关，而合力作用点位置又与动水压力沿水深的分布曲线有关。日本规范采用的是三次抛物线分布；印度规范为高次抛物线；苏联规范的分布曲线与  $R/H$  值有关，随  $R/H$  的减小逐渐由直线分布向二次抛物线及高次抛物线演变；而我国《水工规范》则为近似倒三角形分布，最大值位于  $y/H = 0.2$  处。各国规范给出的合力作用点位置（距基底高度）如表5.2所示，基底弯矩系数  $K_M$  的对比见表5.3和图5.3。

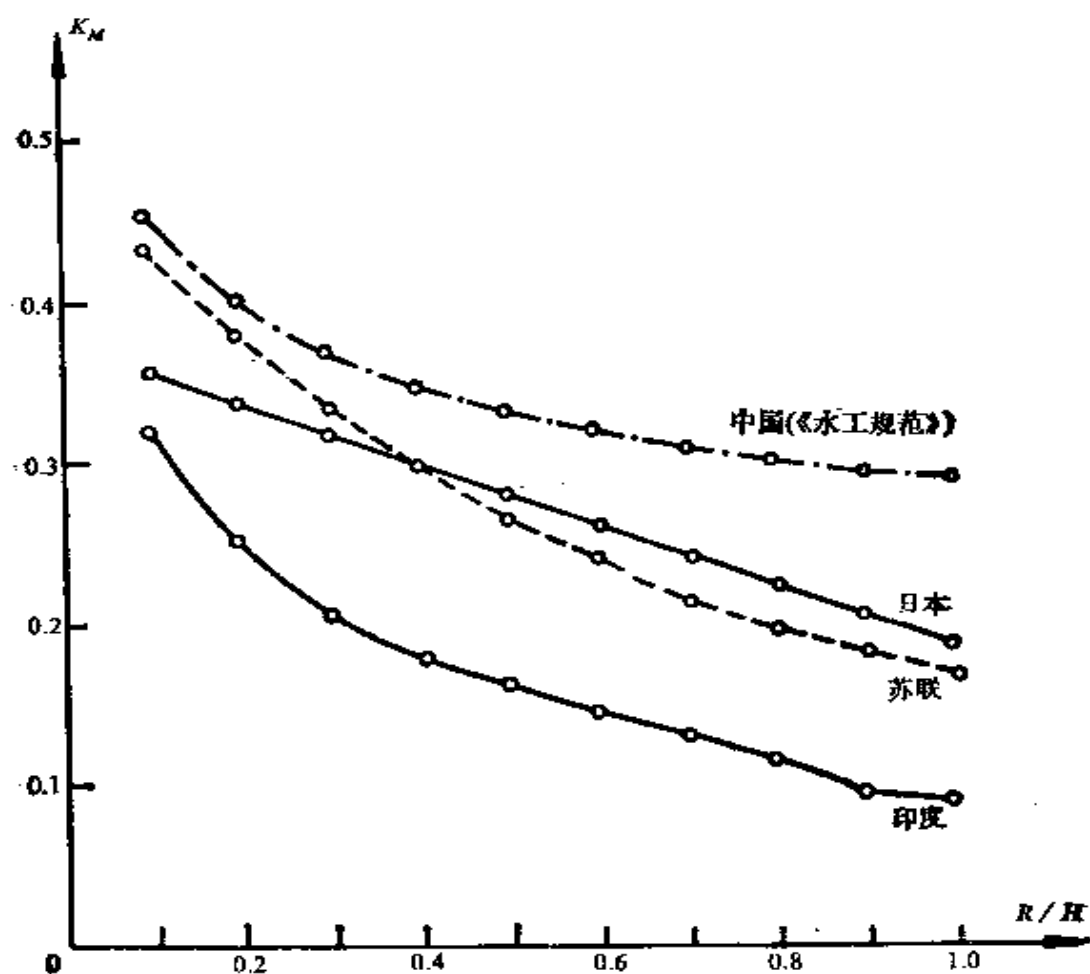
表5.2 地震水压力合力作用点位置

日 本				印 度	中 国 (《水工规范》)	苏 联
柱 状	壁 状	柱 状	壁 状			
理论值	采用值	理论值	采用值			
$H_g = \frac{3}{7}H$	$0.5H$	$H_g = \frac{2}{5}H$	$0.5H$	$H_g = 0.428H$	$H_g = 0.58H$	$H_g = \left(1 - \frac{1+R/H}{2+R/H}\right)H$

表5.3

基底弯矩系数 $K_M$ (圆形墩)

规范名称	中国(《水工规范》)	苏联	日本	印度
$K_M$	$\frac{0.23}{(R/H)^{0.2}}$	$\frac{1}{(1+R/H)(2+R/H)}$	$\frac{0.375-0.187}{R/H}$	$0.428c$

图5.3 基底弯矩系数 $K_M$ 与 $R/H$ 之间的关系(圆形截面)

从表5.2给出的地震水压力合力作用点位置来看,除苏联规范与参数 $R/H$ 有关外,其余三国规范都为定值。而变化幅度由 $0.4H$ —

0.58H, 差别似乎也不太大, 但基底弯矩值的变化却是相当可观的(图5.3), 例如在 $R/H = 0.1 \sim 0.3$ 区段内, 我国《水工规范》给出的基底弯矩为最大, 其次为苏联、日本和印度。以各国规范的基底弯矩值与日本规范相比, 苏联偏大21%—4%, 我国《水工规范》偏大29%—16%, 印度偏低10%—33%。此外, 表5.3所列基底弯矩系数同样也是参数 $R/H$ 的函数, 除苏联规范采用不同的函数外, 其他规范都采用与动水压力系数相同的函数, 仅系数不同而已。

综上所述, 以水深5m为例, 无论矩形墩或圆形墩, 在横桥向 $R/H$ 值一般在0.1—0.2之间, 日本规范给出的基底剪力接近于我国《水工规范》, 同其他规范相比差别也不大, 而基底弯矩较《水工规范》低30%左右。矩形墩顺桥向 $R/H$ 值约在0.6—0.8之间, 在此区段内各国规范的基底剪力互有差异, 而基底弯矩差异更大。其中日本规范给出的基底弯矩值处于最大值(《水工规范》)和最小值(印度)之间(图5.3), 从平均的意义上讲, 日本规范是可取的。

### 三、《公路规范》的规定

鉴于桥墩为水中结构物, 地震水压力所产生的基底剪力与水深成正比, 基底弯矩与水深的平方成正比, 水愈深, 参数 $R/H$ 愈小, 动水压力系数 $K_w$ 及基底弯矩系数 $K_m$ 则愈大, 所以对位于高烈度区及常水位较深的桥墩, 地震水压力的影响不容忽视。为此, 《公路规范》第四章作了如下规定: 季节性河流上的桥梁, 不考虑水流影响; 常年有水的河流上的桥梁, 应按常水位计算水的浮力; 位于常水位水深超过5m的实体桥墩、空心桥墩, 应计入地震水压力。此外, 还给出了计算公式。计算公式以《日本道路桥抗震规范》为基础, 但考虑了结构综合影响系数 $c_z = 0.2$ 作为修正。

**【例5.1】** 某梁桥位于烈度Ⅷ度区, 采用扩大基础圆端形实体墩, 墩身尺寸如图5.4所示。水深为6m, 墩高10m, 试确定该墩顺桥向及横桥向的地震水压力。

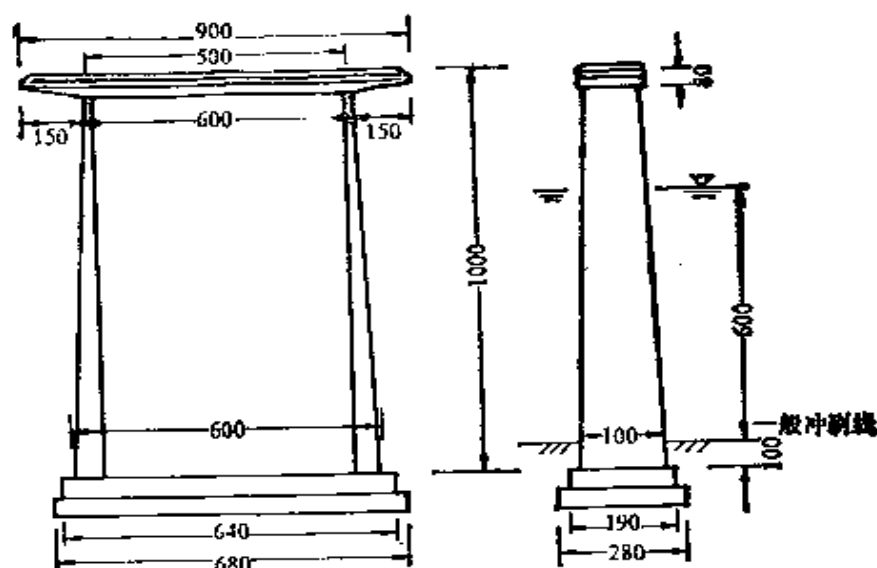


图5.4 圆端形实体墩

**【解】 1. 横桥向**

由图5.4圆端半径  $R = 0.5\text{m}$

又因  $b/h = 100/600 = 0.167 < 2.0$ , 故地震水压力  $E_w$  为

$$\begin{aligned} E_w &= 0.15 \left( 1 - \frac{b}{4h} \right) K_H \xi_H \gamma_w b^2 h \\ &= 0.15 \left( 1 - \frac{100}{4 \times 600} \right) \times 0.2 \times 0.8 \times 10 \times 1^2 \times 6 \\ &= 1.38\text{kN} \end{aligned}$$

基底剪力  $Q = E_w = 1.38\text{kN}$

基底弯矩  $M = -\frac{1}{2} E_w h = -\frac{1}{2} \times 1.38 \times 6 = 4.44\text{kN} \cdot \text{m}$

**2. 顺桥向**

因  $b/h = 600/600 = 1 < 2.0$ , 采用同上公式

$$\begin{aligned} E_w &= 0.15 \left( 1 - \frac{600}{4 \times 600} \right) \times 0.2 \times 0.95 \times 10 \times 6^2 \times 6 \\ &= 46.17\text{kN} \end{aligned}$$

基底剪力  $Q = E_w = 46.17 \text{ kN}$

基底弯矩  $M = \frac{1}{2} E_w h = 0.5 \times 46.17 \times 6 = 138.51 \text{ kN} \cdot \text{m}$

【例5.2】 某梁桥跨径30m，位于烈度Ⅷ度区，采用钻孔桩基础圆柱墩，墩身直径1.4m，墩高12m，水深7m。试确定该墩地震水压力。墩身尺寸如图5.5所示。

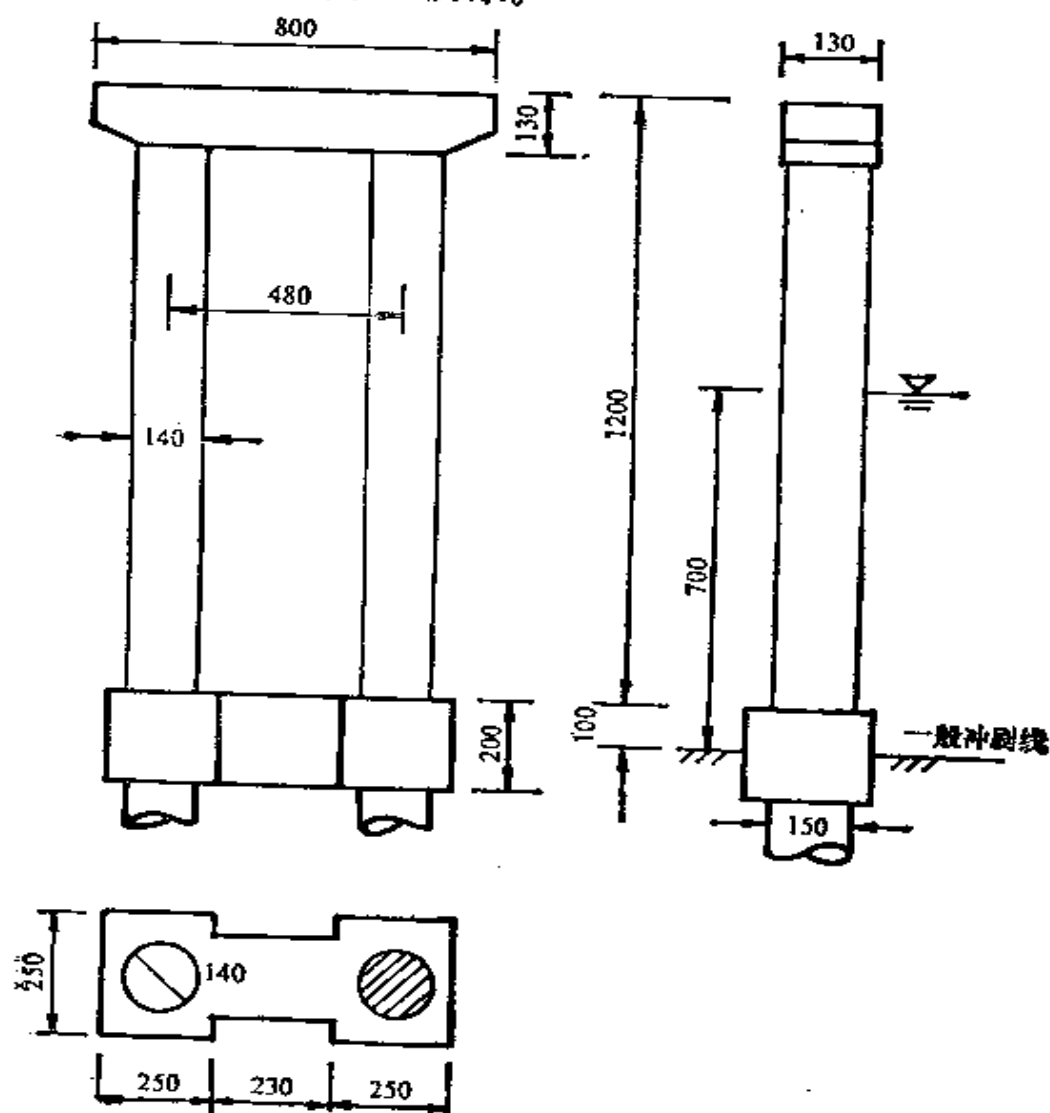


图5.5 圆柱墩

【解】 1. 顺桥向

因  $b/h = 140/700 = 0.2 < 2.0$ , 故地震水压力  $E_w$  为

$$\begin{aligned} E_w &= 0.15 \left( 1 - \frac{b}{4h} \right) K_H \xi_H \gamma_w b^2 h \\ &= 0.15 \left( 1 - \frac{140}{4 \times 700} \right) \times 0.4 \times 0.8 \times 10 \times 1.4^2 \\ &\quad \times 7 = 6.26 \text{ kN} \end{aligned}$$

基底剪力  $Q = E_w = 6.26 \text{ kN}$

$$\text{基底弯矩 } M = \frac{1}{2} E_w h = \frac{1}{2} \times 6.26 \times 7 = 21.91 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

2. 横桥向

圆柱墩两个方向的地震水压力相同。

【例5.3】 某梁桥位于Ⅷ度烈度区, 所有数据同例5.2, 但墩身改用方柱墩, 墩身截面边长为1.4m。试求该墩顺桥向及横桥向地震水压力。

【解】 因为  $b/h = 140/700 = 0.2 < 2.0$

$$\begin{aligned} \text{所以 } E_w &= 0.15 \left( 1 - \frac{b}{4h} \right) K_H \xi_H \gamma_w b^2 h \\ &= 0.15 \left( 1 - \frac{140}{4 \times 700} \right) \times 0.4 \times 1.0 \times 10 \times 1.4^2 \\ &\quad \times 7 = 7.82 \text{ kN} \end{aligned}$$

基底剪力  $Q = E_w = 7.82 \text{ kN}$

$$\text{基底弯矩 } M = \frac{1}{2} E_w h = \frac{1}{2} \times 7.82 \times 7 = 27.37 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

方柱墩两个方向的地震水压力相同。



## 第二节 地震土压力

桥台是挡土结构，平时桥台支承上部结构并支挡台后岸坡或路堤的主动土压力。在地震时，桥台除了承受台身的水平地震惯性力外，地震土压力(包括无地震条件下的主动土压力和地震引起的土压增量)就成为桥台抗震设计的主要依据。

1975年海城地震和1976年唐山地震时，由于桥台伴随台后填土(岸坡)整体地向河心滑移，造成了许多公路桥(梁桥及拱桥)和一些铁路桥的破坏和倒塌，成为这两次地震中桥梁震害的鲜明特点。

各国抗震规范关于作用于桥台背面的地震土压力的规定大都采用日本物部公式。这个公式创立于本世纪30年代初，原是物部长穗根据库伦土压理论，用一个给定的水平地震系数乘以三角形滑动土楔的重量作为附加的水平地震惯性力，以这个水平力与土楔的重力所组成的合力来计算作用于桥台的主动土压。然后他与Okabe等进行了砂箱振动试验来检验计算结果。自此以后的半个世纪，物部公式一直被引用，并在各国的抗震规范中被采用。

根据物部长穗的概念，如图5.6，桥台ABCD，滑裂面BE，

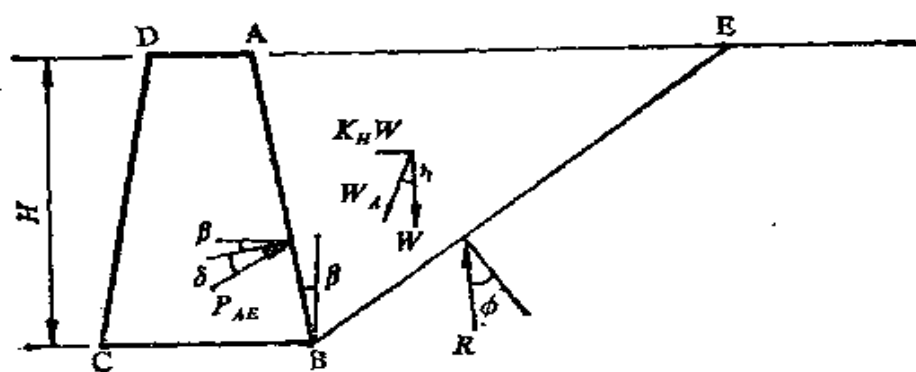


图5.6 物部计算模型

如将库伦土压计算图形中滑动土楔的重力 $W$ 的方向偏转一个“地震角” $\eta$  ( $\operatorname{tg} \eta = K_H$ ,  $K_H$ 为水平地震系数), 重力的大小取合力 $W_A$ 的数值, 就成了地震条件下的土压计算简图。根据极限平衡条件, 可求出作用于台背的主动土压力 $P_{AB}$ 为

$$\left. \begin{aligned} P_{AB} &= \frac{1}{2} \gamma H^2 K_{AB} \\ K_{AB} &= \frac{\cos^2(\phi - \eta - \beta)}{\cos \eta \cos^2 \beta \cos(\delta + \beta + \eta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \eta)}{\cos(\delta + \beta + \eta) \cos \beta}} \right]^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

式中  $\gamma$ ——土的容重;

$H$ ——桥台高度;

$\beta$ ——墙背外斜角(如为内斜,  $\beta$ 取负值);

$\phi$ ——土的内摩擦角;

$\delta$ ——台背摩擦角。

上式中如取 $\eta = 0$ , 即可得出库伦土压公式。

30年代以来进行的若干次振动砂箱试验和国外某些理论分析结果都证明, 在均匀的非液化土层条件下物部公式能给出地震土压力的可靠的近似结果。

由于式(5.3)比较繁冗, 各国抗震规范在采用时作了不同的简化。

Seed和Whitman假定台背为竖直光滑平面, 取 $\phi = 35^\circ$ , 导出一个近似式:

$$P_{AB} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (K_A + \frac{3}{4} K_H) \quad (5.4)$$

式中 $K_A$ ——库伦土压系数。

式(5.4)在美国获得应用。

我国1977年批准的《公路规范》将式(5.3)简化为

$$P_{A,E} = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A (1 + 3K_H \tan \phi) \quad (5.5)$$

但《铁路规范》则仍采用物部公式的完整形式式(5.3)。

计算结果表明：地震土压力 $P_{A,E}$ 较无地震条件下的库伦土压  
 $\left( P_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A \right)$ 只增加一个很小的百分数。例如当 $K_H = 0.1$ 时，按《公路规范》式(5.5)或《铁路规范》式(5.3)计算出的土压增大系数仅为21%，如计入规范中规定的综合影响系数 $c_z$ 的折减，则此增大系数将降至约7%。

既然地震土压力较之无地震条件下的土压力只有数量如此有限的增加，而《公路工程抗震设计规范(JT24-77)》又规定采用提高的地基土容许承载力，这样，现行规范中关于地震土压力的规定就不足以解释海城和唐山地震中普遍出现的震害事实。这也说明，以物部公式为依据进行桥台抗震设计将不能保证新建桥台获得足够的抗震稳定性。

从海城与唐山地震后立即进行的现场考察和某些钻探结果表明：桥台与台后土体的整体滑坡具有以下三个特点：

(1) 滑坡都发生在严重液化区，大多数滑移工点附近都有地震引起的喷水冒砂迹象。

(2) 桥台滑移主要是向河心的水平位移，伴随有沉降和向后倾斜。分析表明：桥台沉降与大量的喷水冒砂有关，而倾斜是由于上部结构顶挤桥台胸墙的结果。

(3) 台后路面及河岸出现二三条主要的顺河向长大裂缝，其中主裂缝的位置在台后5—15m范围内。钻探结果查明，这些裂缝向下延伸，其方向接近竖向，直达液化层，

这些特点表明，桥台滑移与地震液化有关，滑移是沿着液化层水平面进行的，滑移块大致为一个矩形。

对于这类有液化层存在的特殊地基条件，可取如图5.7的计算

模型，图中台后土体的滑裂面假定为从台底开始沿液化层的水平面转为竖向面，忽略竖向面上土的抗拉强度，则当矩形滑块开始滑移的时刻，滑块的重力 $W$ 、地震惯性力 $K_H W$ 、与台背法线成 $\delta$ 角

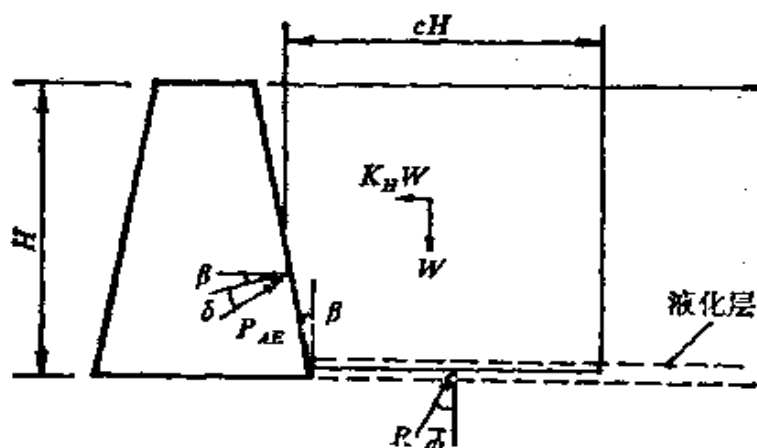


图5.7 液化区桥台计算模型

(台背摩擦角)的台背抗力 $-P_{AE}$ 和水平滑移面的抗力 $R$ 处于极限平衡状态。抗力 $R$ 与水平滑移面的法线成 $\phi$ 角， $\phi$ 为此液化层(或软弱层)的内摩擦角，而不同于台后非液化土层的内摩擦角 $\phi$ 。由这个平衡条件可解算出作用于台背的地震土压力 $P_{AE}$ 。但是，这里要研究解决两个问题：

第一，计算模型中台后竖向裂缝的位置如何确定，这是一个主要问题。考虑到以下三个方面的研究分析结果：

(1) 如前述，唐山与海城地震考察结果表明，台后主裂缝在台后5—15m范围内，一般是桥台愈高，此距离愈远。而这两个地区的桥台高度 $H = 4—12\text{m}$ 。

(2) 桥台缩尺模型地震模拟振动台试验<sup>1)</sup>结果表明：不同条件下多次试验都没有例外的是当台面振动强度达到某一数值时出现

1) 刘男生：模拟地震输入桥台振动模型试验，1988。

孔隙水压陡然上升和喷水冒砂现象，同时台身向临空面滑移，台后土层出现竖向裂缝。其中先出现的主要的裂缝在  $(0.8-1.2)H$  的范围内。

(3) 计算分析表明：当存在液化层（降低的剪切模量）时（以台高为8m，台底下卧土层厚度为6m为例），在台后8—10m范围内沿深度出现的纵向拉应力和纵向水平位移出现最大值，而且沿深度同步，是比较容易出现拉力裂缝的区域。

于是，图5.7中的竖向裂缝可取在台后相当于台高的位置，即  $c=1.0$ 。

第二，总的地震土压力中还必须加上无地震时的库伦土压，即  $\frac{1}{2}\gamma H^2 K_A$ ，这是因为在推算矩形滑块的地震水平惯性力时没有考虑重力引起的那一部分土压力，而重力引起的土压力在地震前已存在，在地震过程中仍然存在，其值也是不变的（当不考虑地震动竖向分量时）。

考虑以上两个问题的分析结论，图5.7模型的地震土压力写为

$$P_{AE} = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_E \quad (5.6)$$

式中

$$K_A = \frac{\cos^2(\phi - \beta)}{\cos^2 \beta \cos(\delta + \beta) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin \phi}{\cos(\delta + \beta) \cos \beta}} \right]^2}$$

$$K_E = \frac{2(\operatorname{tg} \eta - \operatorname{tg} \bar{\phi})}{\cos(\delta + \beta) [1 - \operatorname{tg}(\delta + \beta) \operatorname{tg} \bar{\phi}]}$$

对于直立光滑台背，令  $\beta = \delta = 0$ ，则式(5.6)中  $K_E$  和  $K_A$  简化为

$$\left. \begin{aligned} K_E &= 2(\operatorname{tg} \eta - \operatorname{tg} \bar{\phi}) \\ K_A &= \frac{\cos^2 \phi}{(1 + \sin \phi)^2} \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

对于理想的完全液化情形，可取  $\bar{\phi} = 0$ ；此时对于直立光滑墙

背条件，可进一步简化为

$$P_{AB} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (K_A + K_B) = \frac{1}{2} \gamma H^2 (K_A + 2K_H) \quad (5.8)$$

式中

$$K_A = \frac{\cos^2 \phi}{(1 + \sin \phi)^2}$$

$$K_B = 2 \tan \eta = 2K_H$$

式(5.8)中地震土压力等于库伦土压加上地震惯性力，后者等于滑动土块的重量乘以地震系数。式(5.8)与Seed和Whitman的公式(5.4)具有相似的形式，但系数较大。

沿台高分布的地震土压力合力的作用点位置是桥台抗震设计的另一个主要参数。计算分析结果表明：对刚性地基情形，地震土压力的合力作用点距台底 $(0.5—0.6)H$ 。考虑台后土体的非线性与否对作用点高度无明显影响。此值明显高于由物部公式得出的 $H/3$ 的高度，而Seed-Whitman建议的 $0.6H$ 则相当于此范围的上限。当桥台建在一般的均匀非液化土层上时，此作用点的高度下降到 $(0.4—0.5)H$ ，线性解接近于下限，非线性解接近于上限。台后土层中有液化层(或软弱层)时此值降至 $0.4H$ 附近。高烈度条件下地震土压力加大，但作用点的高度无显著变化。

在上述研究分析的基础上，《公路规范》规定：作用于台背的地震主动土压力根据不同的地基条件分别进行：

(1) 对于一般的地震时无液化可能的地基条件，地震土压力根据式(5.5)确定，但改写为

$$P_{AB} = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A (1 + 3c_1 c_2 K_H \tan \phi) \quad (5.9)$$

式中 $c_1$ ——重要性系数；

$c_2$ ——综合影响系数， $c_2 = 0.35$ ；

$$K_A = \frac{\cos^2 \phi}{(1 + \sin \phi)^2}$$

$\phi$ ——台后土层的内摩擦角。

地震土压力作用点在距台底 $0.4H$ 处。

(2) 当判定有液化上层(软弱土层)存在时,桥台应尽可能穿过液化层或埋深至地表以下至少 $10\text{m}$ 。作用于台背的地震土压力根据式(5.8)确定,但改写为

$$P_{AE} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (K_A + 2c_I c_Z K_H) \quad (5.10)$$

式中 $c_Z$ ——综合影响系数,  $c_Z = 0.30$ 。

对于高烈度区(IX度)的液化工点的桥台,《公路规范》建议采用桩基,其作用于台背的地震土压力仍按式(5.10)计算。

**【例5.4】** 设桥台高度为 $H(\text{m})$ ,直立光滑台背;台后土层容重为 $\gamma$ ,内摩擦角 $\phi = 35^\circ$ ;地震烈度分别为Ⅶ,Ⅷ,Ⅸ度,结构重要性系数 $c_I = 1.0$ 。对于无液化和有液化两种地基条件分别计算地震土压力。

**【解】** 按《公路规范》,对于无液化地基,根据式(5.9);对于有液化地基,根据式(5.10);分别计算出地震土压力系数列于表5.4。

表5.4 地震土压力系数

$K_H$		0.1	0.2	0.4
无液化, 式(5.9)	$K_A$	0.27	0.27	0.27
	$K_E = 3K_A K_H \lg \phi$	0.057	0.113	0.227
	$c_I$	1.0	1.0	1.0
	$c_Z$	0.35	0.35	0.35
	$c_I \cdot c_Z \cdot K_E$	0.02	0.04	0.08
	$K_A + c_I \cdot c_Z \cdot K_E$	0.29	0.31	0.35

续表

$K_H$		0.1	0.2	0.4
有液化, 式(5.10)	$K_A$	0.27	0.27	0.27
	$K_E = 2K_H$	0.2	0.4	0.8
	$c_I$	1.0	1.0	1.0
	$c_Z$	0.3	0.3	0.3
	$c_I \cdot c_Z \cdot K_E$	0.06	0.12	0.24
	$K_A + c_I \cdot c_Z \cdot K_E$	0.33	0.39	0.51

从表列数据看来, 对无液化情形, 因地震引起的土压力增加百分比为

Ⅵ—7.4%, Ⅶ—15%, Ⅷ—30%

有液化情形此百分比增至:

Ⅵ—22%, Ⅶ—44%, Ⅷ—89%



## 附录 拱桥地震内力系数表

$f/L$ ——矢跨比

$m$ ——截面弯矩系数，求弯矩值时应将表值乘以  $L^3$

$t$ ——截面扭矩系数，求扭矩值时应将表值乘以  $L^2$

$q$ ——截面剪力系数，求剪力值时应将表值乘以  $L$

$n$ ——截面轴力系数，求轴力值时应将表值乘以  $L$

附表1

$\phi_R$ 值

$f/L$	截 面	$m$	$n$	$q$
1/3	拱 顶	0.0000	0.0000	0.0230
	1/4	0.0131	0.2649	0.0279
	拱 脚	0.0302	0.3756	0.3423
1/4	拱 顶	0.0000	0.0000	0.0804
	1/4	0.0115	0.2610	0.0230
	拱 脚	0.0262	0.4056	0.3022
1/5	拱 顶	0.0000	0.0000	0.0693
	1/4	0.0099	0.2579	0.0191
	拱 脚	0.0226	0.4292	0.2642
1/6	拱 顶	0.0000	0.0000	0.0602
	1/4	0.0087	0.2556	0.0160
	拱 脚	0.0197	0.4457	0.2320
1/7	拱 顶	0.0000	0.0000	0.0530
	1/4	0.0077	0.2538	0.0138
	拱 脚	0.0173	0.4573	0.2056

续表

$f/L$	截 面	$m$	$n$	$q$
1/8	拱 顶	0.0000	0.0000	0.0472
	1/4	0.0068	0.2524	0.0120
	拱 脚	0.0154	0.4654	0.1839
1/9	拱 顶	0.0000	0.0000	0.0424
	1/4	0.0062	0.2512	0.0106
	拱 脚	0.0138	0.4712	0.1659
1/10	拱 顶	0.0000	0.0000	0.0385
	1/4	0.0056	0.2502	0.0095
	拱 脚	0.0126	0.4755	0.1509

附表2

 $\phi_v$ 值

$f/L$	截 面	$m$	$n$	$q$
1/3	拱 顶	0.0000	0.0000	0.0992
	1/4	0.0135	0.0472	0.0525
	拱 脚	0.0188	0.1727	0.1306
1/4	拱 顶	0.0000	0.0000	0.1018
	1/4	0.0141	0.0456	0.0516
	拱 脚	0.0201	0.1534	0.1490
1/5	拱 顶	0.0000	0.0000	0.1038
	1/4	0.0148	0.0454	0.0509
	拱 脚	0.0212	0.1348	0.1635
1/6	拱 顶	0.0000	0.0000	0.1052
	1/4	0.0152	0.0463	0.0503
	拱 脚	0.0219	0.1189	0.1737

续表

$f/L$	截 面	$m$	$n$	$q$
1/7	拱 顶	0.0000	0.0000	0.1062
	1/4	0.0155	0.0479	0.0499
	拱 脚	0.0225	0.1056	0.1810
1/8	拱 顶	0.0000	0.0000	0.1069
	1/4	0.0157	0.0499	0.0496
	拱 脚	0.0228	0.0947	0.1861
1/9	拱 顶	0.0000	0.0000	0.1074
	1/4	0.0159	0.0521	0.0494
	拱 脚	0.0231	0.0856	0.1899
1/10	拱 顶	0.0000	0.0000	0.1077
	1/4	0.0160	0.0543	0.0492
	拱 脚	0.0233	0.0780	0.1928

附表3

 $\phi_z$ 值

$f/L$	截 面	$m$	$q$	$t$
1/3	拱 顶	0.0327	0.0000	0.0000
	1/4	0.0078	0.2719	0.0085
	拱 脚	0.0877	0.3333	0.0135
1/4	拱 顶	0.0335	0.0000	0.0000
	1/4	0.0065	0.2719	0.0077
	拱 脚	0.0865	0.3333	0.0107
1/5	拱 顶	0.0344	0.0000	0.0000
	1/4	0.0051	0.2719	0.0071
	拱 脚	0.0852	0.3333	0.0083

续表

$f/L$	截 面	$m$	$q$	$t$
1/6	拱 顶	0.0355	0.0000	0.0000
	1/4	0.0037	0.2719	0.0065
	拱 脚	0.0838	0.3333	0.0064
1/7	拱 顶	0.0365	0.0000	0.0000
	1/4	0.0024	0.2719	0.0030
	拱 脚	0.0826	0.3333	0.0050
1/8	拱 顶	0.0374	0.0000	0.0000
	1/4	0.0013	0.2719	0.0056
	拱 脚	0.0814	0.3333	0.0039
1/9	拱 顶	0.0383	0.0000	0.0000
	1/4	0.0003	0.2719	0.0052
	拱 脚	0.0804	0.3333	0.0031
1/10	拱 顶	0.0330	0.0000	0.0000
	1/4	0.0001	0.2719	0.0049
	拱 脚	0.0795	0.3333	0.0025

附表4

 $\phi_{12}$  值

$f/L$	截 面	$m$	$q$	$t$
1/3	拱 顶	0.0292	0.0000	0.0000
	1/4	0.0046	0.2500	0.0081
	拱 脚	0.0387	0.5000	0.0138
1/4	拱 顶	0.0300	0.0000	0.0000
	1/4	0.0032	0.2500	0.0075
	拱 脚	0.0975	0.5000	0.0109

续表

$f/L$	截 面	$m$	$q$	$t$
1/5	拱 顶	0.0310	0.0000	0.0000
	1/4	0.0018	0.2500	0.0068
	拱 脚	0.0962	0.5000	0.0085
1/6	拱 顶	0.0321	0.0000	0.0000
	1/4	0.0004	0.2500	0.0063
	拱 脚	0.0948	0.5000	0.0066
1/7	拱 顶	0.0331	0.0000	0.0000
	1/4	0.0009	0.2500	0.0059
	拱 脚	0.0935	0.5000	0.0051
1/8	拱 顶	0.0341	0.0000	0.0000
	1/4	0.0021	0.2500	0.0055
	拱 脚	0.0923	0.5000	0.0040
1/9	拱 顶	0.0350	0.0000	0.0000
	1/4	0.0031	0.2500	0.0051
	拱 脚	0.0912	0.5000	0.0032
1/10	拱 顶	0.0357	0.0000	0.0000
	1/4	0.0039	0.2500	0.0048
	拱 脚	0.0903	0.5000	0.0026

附表5

 $K_1$ 、 $K_2$ 值

$f/L$	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10
$K_1$	1.5310	1.4073	1.2604	1.1235	1.0052	0.9052	0.8210	0.7498
$K_2$	0.0819	0.0269	0.0104	0.0046	0.0023	0.0012	0.0007	0.0004



### 参考文献

- [1] 章在墉、居荣初、杜瑞明, 关于标准加速度反应谱问题, 地震工程研究报告集(I), 科学出版社, 1962
- [2] 胡聿贤, 地震工程学, 地震出版社, 1988
- [3] 汪胡桢, 工程师手册, 商务印书馆出版社, 1951
- [4] S.Timoshenko, Vibration problems in engineering, 1955
- [5] R.L.Wiegel, Earthquake Engineering, 1970
- [6] N.M.Newmark, E.Rosenblueth, Fundamentals of Earthquake Engineering, 1971
- [7] 铁道部主编, 铁路工程抗震设计规范 (GBJ111-87), 国家计委, 1988年实行
- [8] 交通部公规院主编, 公路工程抗震设计规范 (JTJ004-89), 交通部批准, 1990年实行
- [9] 何度心, 桥梁振动研究, 地震出版社, 1989

